ORGANISATION MONDIALE DE LA SANTE

LUTTE CONTRE L'ONCHOCERCOSE

RAPPORT ORSTOM N 46

DATE DE PARUTION

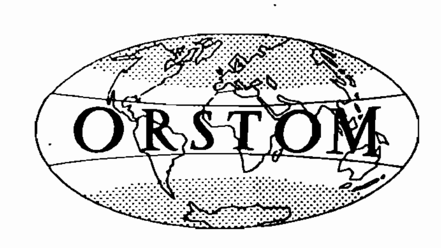
15 JANVIER 1982

# ANALYSE STATISTIQUE DES DONNEES ÉCOLOGIQUES

# PROGRAMMES RÉALISABLES SUR CALCULATRICES H.P. 67/97

F. LARDEUX

OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE OUTRE-MER




CENTRE ORSTOM DE BOUAKÉ - Côte d'Ivoire
B.P. 1434 - BOUAKÉ 01

# ANALYSE STATISTIQUE DES DONNEES ECOLOGIQUES
# PROGRAMMES REALISABLES SUR CALCULATRICES
# HEWLETT-PACKARD H.P. 67/97

---

par

**F. LARDEUX**

# SOMMAIRE

1. TESTS STATISTIQUES PARAMETRIQUES - ESTIMATION - page 1

1.1. Sécurité d'une moyenne - Comparaison de 2 moyennes - page 1

1.1.1. Cas où la valeur exacte de l'écart type est connue (ou bien $n > 30$) - page 1

1.1.2. Cas où l'écart type n'est connu que par estimation (ou bien $n < 30$) - page 7

1.2. Comparaison de 2 pourcentages observés dans le cas de petits échantillons (tableau 2 x 2 avec au moins un effectuf faible : test exact de Fisher). - page 8

1.3. Tableau de contingence 2 x 2 avec correction de Yates. - page 10

1.4. Tableau de contingence k x l (kmax = 9 ; l max = 9) - page 12

2. TESTS STATISTIQUES NON PARAMETRIQUES - page 14

2.1. Test de Mann - Whitney - page 14

2.2. Test de Kruskal - Wallis - page 15

2.3. Coefficient de corrélation des rangs de Kendall. - page 15

3. ADEQUATION A DES DISTRIBUTIONS THEORIQUES - page 17

3.1. Test d'adéquation à une loi normale - page 18

3.2. Calcul des fréquences théoriques d'une variable observée suivant une loi normale - page 18

3.3. Test d'adéquation à une loi de poisson - page 19

3.4. Test d'adéquation à une loi binominale négative - page 20

3.4.1. $n < 50$ - il existe des échantillons vides - page 21

3.4.2. $n < 50$ - il n'existe pas d'échantillons vides - page 21

3.4.3. n quelconque : test du $X^2$ - page 24

4. PROGRAMMES DE REGRESSION - page 26

4.1. Regression linéaire Y = a + bx et log Y = a + bx - page 26

4.2. Test d'identité de 2 modèles linéaires simples. - page 29

5. MODELISATION : ANALYSE DE LA VARIANCE - page 31

5.1. Test du chi-deux de Bartlett (homogéneité des variances) - page 31

5.2. Analyse de la variance à une voie - page 33

5.3. Analyse de la variance à deux entrées - page 35

5.4. Plan factorial disposé en blocs - page 36

5.5. Dispositif d'analyse de variance en carré - Latin - page 39

6. PROGRAMMES SIMPLES D'ESTIMATIONS DE PARAMETRES DE POPULATION - page 41

6.1. Estimation de la taille d'une population fermée par marquage et recapture unique (méthode de Petersen). - page 41

6.2. Estimation de la taille d'une population fermée par marquage et recaptures échelonnées (méthode de Paloheimo). - page 43

7. SERIES DE FOURIER - page 44

-----------

# - AVANT PROPOS -

Ce document, qui se veut tout d'abord pratique, présente une série de programmes d'analyse de données fréquemment utilisés par les écologistes.

Nullement exhaustif, ce recueil n'est qu'un simple complément aux "bibliothèques mathématiques et statistiques" éditées par les constructeurs de calculatrices.

Les programmes proposés, utilisables sur HP 67/97, ne sont ni synthétiques, ni optimaux : ils suivent pas à pas les instructions logiques décrites dans les brefs rappels théoriques, statistiques et mathématiques, précédant les modes d'emploi et les exemples d'application. Les listings des divers programmes sont donnés en fin du document. Il est donc très facile de modifier, d'améliorer, voir de transcrire sur des calculatrices plus puissantes (HP 41....) l'ensemble de ces programmes.

Les rappels théoriques ne sont que des formulaires peu développés qui n'excluent pas un approfondissement ultérieur des méthodes employées.

-------

# 1. TESTS STATISTIQUES PARAMETRIQUES - ESTIMATIONS

## 1.1. Sécurité d'une moyenne - Comparaison de deux moyennes

Introduction

Une moyenne expérimentale m obtenue sur un échantillon diffère de la moyenne $\mu$ de la population qu'elle cherche à traduire, par une erreur d'échantillonnage que l'on cherche à déterminer.

De même, lorsque l'on compare deux moyennes expérimentales m1 et m2, on cherche à estimer dans quelle mesure leur différence a été affectée par les erreurs d'échantillonnage.

Deux cas sont à considérer selon la manière dont on connait l'écart-type de chaque population : par sa vraie valeur $\sigma$ (ou quand les échantillons sont grands : $n > 30$) ou par seulement une estimation à partir de l'échantillon considéré (ou quand $n < 30$).

### 1.1.1. Cas où la valeur exacte de l'écart-type est connue

Par exemple, lorsque l'on connait déjà la loi de distribution ou lorsque la taille des échantillons est suffisamment grande (par ex. : $n > 30$) pour que l'on puisse confondre l'écart type et son estimation.

Pour comparer une moyenne m observée sur un échantillon de taille n à une valeur théorique u, on calcule le rapport $\frac{m - \mu}{s}$ (s = écart type de l'échantillon). Cette expression fluctue, sous l'hypothèse nulle ($m = \mu$), selon une loi normale réduite ($\varepsilon$) l'intervalle de confiance est donc déterminé par

$$u = m \pm \varepsilon \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$ au seuil de probablité choisi.

Pour comparer deux moyennes expérimentales m1 et m2 observées, on calcule l'expression

$$\varepsilon = \frac{m2 - m1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n1} + \frac{s_2^2}{n2}}}$$

qui, sous l'hypothèse nulle m1 = m2 (c.a.d. : la population parente est unique) fluctue selon une loi normale réduite. Sous cette hypothèse on a donc aussi l'égalité des écrats-types pour les deux échantillons (soit $\sigma$ cet écart-type). on a donc

$$\varepsilon = \frac{m2 - m1}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}}}$$

avec $$\sigma = \sqrt{\frac{(n1-1)\ s_1^2 + (n2-1)\ s_2^2}{n1 + n2 - 2}}$$

$\varepsilon$ suivant une loi normale réduite, il suffit de comparer sa valeur calculée à celle des tables statistiques, au seuil de probabilité que l'on s'est fixé. La plus petite différence significative est alors :

$$PPDS = \varepsilon_\alpha \sigma \sqrt{\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}}$$

au seuil $\alpha$ choisit ( $\varepsilon_\alpha$ est lu dans la table).

Mode d'emploi du programme PGR 1

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialisation - mise à zéro | | D | 0.00 |
| 3 | Si on ne connait pas m1, $\sigma$ 1, et n1 ; m2, $\sigma$ 2 et n2 aller en 4 - sinon en 10 | | | |
| 4 | Introduire les valeurs xi observées du 1er échantillon | xi | A | i |
| 5 | Introduire les valeurs yi observées du 2è échantillon | yi | B | i |
| 6 | Test : introduire la valeur $\lambda$ telle que l'on veuille m1-m2 = $\lambda$ ($\lambda$ = 0 si on teste m1 = m2) | $\lambda$ | C | |
| 7 | Intervalle de confiance de m1 (IC) | | f.a. | m1<br>$\sigma$ 1<br>IC(0.05)<br>IC(0.01) |
| 8 | Intervalle de confiance de m2 | | f.b. | m2<br>$\sigma$ 2<br>IC(0.05)<br>IC(0.01) |
| 9 | Autres paramètres : s d'une population unique, $\varepsilon$ correspondant, PPDS à 0.05 et PPDS à 0.01 | | f.c. | s<br>$\varepsilon$<br>PPDS 5 %<br>PPDS 1 % |
| 10 | Introduire m1, $\sigma$ 1 , n1 | m1<br>1<br>n1 | ↑<br>↑<br>E | |
| 11 | Introduire m2, $\sigma$ 2 , n2 | m2<br>2<br>n2 | ↑<br>↑<br>f.e. | |
| 12 | Les autres touches : D, C, a, b, c restent fonctionnelles pour les tests | | | |

Exemple : n1 = 160 m1 = 29.1 $\sigma_1^2$ = 25.3

n2 = 160 m2 = 30.6 $\sigma_2^2$ = 25.6

pour tester si m1 = m2, on trouve $\varepsilon$ = 2.67

Listing PGR 1 : voir page 49

1.1.2. Cas où l'écart-type n'est connu que par son estimation

Théorie

Lorsque l'écart-type de la population n'est connu que par l'estimation donnée par l'échantillon lui-même (ce qui est le cas par exemple lorsque $n < 30$), les méthodes précédentes s'appliquent sous réserve que la population parente soit normale. $\varepsilon$ ne suit alors plus de loi normale mais une loi t de Student. Soit deux échantillons (n1, m1, s1) et n2, m2, s2) dont on se demande s'ils appartiennent ou non à la même population, autrement dit si la différence (m2 - m1) est due à l'échantillonnage ou si elle est significative.

- Cas où les variances peuvent être considérées comme égales (test $F = \frac{\sigma 1}{\sigma 2}$) soit alors s l'estimation commune de l'écart-type :

$$s = \sqrt{\frac{(n1 - 1)\, s_1^2 + (n2 - 1)\, s_2^2}{n1 + n2 - 2}}$$

sous Ho : $\mu 1 = \mu 2$ on a (Ho = égalité des moyennes)

$$t = \frac{(m2 - n1) - (\mu 2 - \mu 1)}{s\sqrt{\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}}} = \frac{m2 - m1}{s\sqrt{\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}}}$$

si m1 et M2 suivent une loi normale, alors t suit une loi de Student à $v = n1 + n2 - 2$ degrés de liberté.

- Cas où les variances ne peuvent pas être considérées comme égales

t est encore applicable approximativement à la condition de prendre comme ddl $v = \dfrac{1}{\dfrac{u^2}{n_1 - 1} + \dfrac{(1 - u)^2}{n2 - 1}}$

avec $u = \dfrac{s_1^2/n1}{s_1^2/n1 + s_2^2/n2}$

et t vaut alors $\dfrac{|m2 - m1|}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n1} + \dfrac{s_2^2}{n2}}}$

Mode d'emploi du programme : PGR 2

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialisation - mise à zéro | | f.a. | 0.00 |
| 3 | Si on ne connait pas les mi, si et ni, aller en 4 sinon aller en 9 | | | |
| 4 | Introduire les données xi du 1er échantillon | xi | A | i |
| 5 | Introduire les données yi du 2è échantillon | yi | B | i |
| 6 | Test F pour savoir si $\sigma 1 = \sigma 2$ | | C | F |
| 7 | Si F significatif : introduire $\lambda$ tel que l'on veuille $m1 - m2 = \lambda$ ($\lambda = 0$ pour m1 = m2) | $\lambda$ | D<br>R/S | ddl<br>t |
| 8 | Si F non significatif : introduire $\lambda$ | $\lambda$ | f.d.<br>R/S | ddl<br>t |
| 9 | Introduire m1, $\sigma 1$, n1 | m1<br>$\sigma 1$<br>n1 | ↑<br>↑<br>E | ddl puis t |
| 10 | Introduire m2, $\sigma 2$, n2 | m2<br>$\sigma 2$<br>n2 | ↑<br>↑<br>f.e. | ddl puis t |
| 11 | Aller en 6 pour les divers tests | | | |

Exemple : n1 = 9 m1 = 2,85 s1 = 0,32

n2 = 8 m2 = 3,12 s2 = 0,40

pour tester si m1 = m2, on trouve t = 1,55 avec 15 ddl.

Listing PGR 2 : voir page 48

1.2. Comparaison de deux pourcentages observés (tableau 2 x 2) dans le cas d'effectifs théoriques faibles.

Pour que les tests de $\chi^2$ sur les tableaux de contingence soient valides, il faut que les effectifs théoriques dépassent 10, ou la rigueur 5. Lorsque ces conditions ne sont pas remplies, on peut, si le nombre de degrés de liberté est suffisant, procéder à des regroupements logiques (voir § 1.4), modifiant en cela quelque peu le problème posé, ou bien, si le nombre de degrés de liberté est égal à 1 et les effectifs théoriques supérieur à 3 ou à la rigueur 2, effectuer la correction de YATES qui consiste à diminuer la valeur absolue de (Oi - Ci) (voir § suivant : 1.3 ). Si les effectifs théoriques sont encore plus petits, il faut recourir à l'utilisation des lois exactes de fluctuation. C'est ce que nous allons faire dans ce paragraphe.

On calcule donc, dans l'hypothèse de liaison des 2 caractères la probabilité d'obtenir entre les deux groupes une différence supérieure ou égale à celle qu'on a observé. Si cette probabilité est trop faible, on rejette l'hypothèse HO de liaison : la différenc est significative.

Pour cela, on constitue, outre la configuration de départ (celle observée), toutes les autres qui correspondent à des écarts supérieurs entre les deux séries. A cet effet, on part du plus petit des effectifs inférieurs à la valeur calculée et on le fait décroitre unité par unité jusqu'à zéro en maintenant constants les totaux des lignes et des colonnes. On calcule la somme p des probabilités pi de ces configurations. Si $2p \leq 5\,\%$, la différence est significative et 2p fixe le degré de signification. Pour une configuration telle que

| A | B | |
|---|---|---|
| a | b | $l_1$ |
| c | d | $l_2$ |
| C1 | C2 | N |

$$\text{on montre que } pi = \frac{l_1!\; l_2!\; C1!\; C2!}{a!\; b!\; c!\; d!\; N!}$$

Mode d'emploi du programme : PGR 3

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialisation - mise à zéro | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire a (le plus petit des chiffres du tableau 2 x 2) | | | |
| | b | a | ↑ | |
| | c | b | ↑ | |
| | d | c | ↑ | |
| | | d | A | |
| 4 | Résultats | | Pause | p1 |
| | | | ⋮ | p2 |
| | | | Pause | ⋮ |
| | | | | pn |
| | | | | $p = \sum pi$ |

Exemple :

| | |
|---|---|
| 17 | 18 |
| 4 | 1 |

p1 = 0,173
p2 = 0,031

p = 0,204

2p < 5 % ; la différence est significative entre les 2 séries. (17,4) et (18,1)

Listing du programme PGR 3 : voir page 49

### 1.3. Tableau de contingence 2 x 2 avec correction de Yates

Théorie

Soit un tableau de contingence entre les caractères A, A', B, B'.

| | A | A' | |
|---|---|---|---|
| B | $i_1$ | $i'_1$ | $n_1$ |
| B' | $i_2$ | $i'_2$ | $n_2$ |
| | n | n' | N |

Dans le cas de petits échantillons, lorsque les effectifs sont faibles (en particulier lorsque l'effectif théorique calculé c est inférieur à 5), le calcul du $\chi^2 = \sum \frac{(i-c)^2}{c}$ est biaisé, surtout lorsque le nombre de degrés de liberté vaut 1 (c'est le cas dans un tableau 2 x 2). Yates a montré qu'on réduisait l'erreur commise dans ce cas précis en diminuant la valeur absolue de chaque écart i-c d'une demi-unité. Le $\chi^2$ corrigé devient donc

$$\chi^2 = \sum \frac{(i-c - 0,5)^2}{c}$$

la formule de calcul est alors :

$$\chi^2 = \frac{N}{n1n2\ nn'} (i_1 i'_2 - i_2 i'_1 - \frac{N}{2})^2$$

Il n'y aurait aucun inconvénient à effectuer la correction de continuité de Yates lorsque les effectifs sont grands et on peut l'introduire systématiquement. Par contre, il est hors de question de l'utiliser quand ddl ≠ 1 (tableaux de contingence autres que 2 x 2) car elle n'est applicable que par suite de la forme très particulière de la loi du chi-deux lorsque ddl = 1

Mode d'emploi du programme PGR 4

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Mise à zéro des registres | | E | |
| 3 | Introduire | | | |
| | $i_1$ | $i_1$ | ↑ | |
| | $i'_1$ | $i'_1$ | ↑ | |
| | $i_2$ | $i_2$ | ↑ | |
| | $i'_2$ | $i'_2$ | A | |
| 4 | Résultat | | | $\chi^2_{(1)}$ |
| 5 | Pour un autre cas, aller en 2 | | | |

Exemple.

| | |
|---|---|
| 10 | 5 |
| 15 | 3 |

$\chi^2 = 2.31$

Listing PRG 4 : voir page 50

1.4. Tableau de contingence k x l (kmax = 9, lmax = 9)

Théorie

On considère k catégories et l séries. Il s'agit d'apprécier si ces séries peuvent être considérées ou non comme des échantillons d'une même population (test d'homogénéité), soit si les caractères qui les définissent sont indépendants de ceux qui définissent les catégories (test d'indépendance). On dresse un tableau de contingence k x l (k colonnes, l lignes) de la forme suivante :

| | $x_1$ ...... xi ...... xk | effectif marginal lignes |
|---|---|---|
| y1 | $n_{11}$ ..... $n_{i1}$ ..... $nk_1$ | n.1 |
| : | | : |
| yj | n1j ..... nij ..... nkj | n.j |
| : | | : |
| y.l | n1l ..... nil ..... nkl | n.l |
| effectif marginal colonnes | n1. ..... ni. ..... nk. | n.. Total |

les effectifs théoriques du tableau sont $Cij = \frac{ni. \times n.j}{n..}$

on calcule le $\chi^2 = \frac{(nij - Cij)^2}{Cij}$ qui a v = (k - 1) (l - 1) degrés de liberté, sous réserve que les effectifs soient suffisants ($Cij > 5$). Dans le cas contraire, on peut procéder à des regroupements logiques de catégories afin d'amener les Cij à un niveau convenable ($\geq 5$ au moins)

Mode d'emploi du programme PGR 5

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Mise à zéro des registres | | f.e. | 0.00 |
| 3 | Introduire k (nb. de colonnes)<br>l (nb. de lignes) | k<br>l | ↑<br>E | <br>0.00 |
| 4 | Introduire l'effectif marginal de chaque ligne n.j pour j = 1, ... l (quand 1.00 apparait à l'affichage, introduire l'effectif marginal des colonnes ni.) | n.j | A | n.j |
| 5 | Introduire ni. pour i = 1, .... k quand ni k est introduit, il s'affiche le total n.. | ni | B | ni<br>n.. |
| 6 | Introduire les nij pour i = 1, k et 1, k (c.a.d. ligne par ligne) | nij | C<br>R/S<br>R/S | Cij<br>$\chi^2$ partiel<br>nij |
| 7 | En fin des introductions faire | | R/S<br>R/S | ddl<br>$\chi^2$ |
| 8 | Pour un autre cas, aller en 2 | | | |

Exemple :

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| A | 203 | 150 | 6 |
| B | 266 | 112 | 1 |
| C | 258 | 126 | 2 |
| D | 196 | 168 | 17 |

$\chi^2$ = 53.7 avec 6 ddl

Listing PBR 5 : voir page 50

# 2. TESTS STATISTIQUES NON PARAMETRIQUES

## 2.1. Test de Mann - Whitney

Théorie

On dispose de deux échantillons indépendants de tailles n1 et n2 égales ou non. La statistique U sert pour tester l'hypothèse nulle Ho : les deux populations sont identiques

on a $$U = n1\ n2 + \frac{n1\ (n1+1)}{2} - \sum_{i=1}^{n1} Ri$$

où Ri (i = 1,....n1) représente les rangs attribués à un des deux échantillons lorsque tous les élements des deux échantillons sont groupés en une seule suite unique et classés par ordre de rang croissant.

En cas d'ex-aequo sur les rangs, il suffit d'attribuer à chaque ex-aequo la moyenne de leurs rangs.

Exemple :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| - échantillon 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| - rangs | 1 | 2 | 3,5 | 5 | 6 |
| - échantillon 2 | 6 | 8 | 7 | 3 | 9 |
| - rangs | 7 | 9 | 8 | 3,5 | 10 |

- si n1 et n2 sont petits (< 8) le test de Mann-Whitney se fonde sur une distribution exacte de U et sur des tables spéciales. (p. 61).

- si n1 et n2 sont tous les 2 grands (> 8), on a

$$z = \frac{U - \frac{n1n2}{2}}{\sqrt{n1n2\ (n1+n2+1)\ /\ 12}}$$

qui est distribué approximativement suivant une loi normale réduite.

Mode d'emploi du programme PGR 6

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialisation | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire les rangs du 1e échan. : Ri | Ri | A | |
| 4 | Introduire les tailles n1 et n2 | n1 | ↑ | |
| | | n2 | B | U |
| | | | R/S | z |
| 5 | Pour un autre cas, aller en 2 | | | |

Exemple :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| éch. 1 | 14.9 | 11.3 | 13.2 | 16.6 | 17 | 14.1 | 15.4 | 13 | 16.9 | |
| rangs | 7 | 1 | 4 | 12 | 14 | 5 | 10 | 3 | 13 | |
| éch. 2 | 15.2 | 19.8 | 14.7 | 18.3 | 16.2 | 21.2 | 18.9 | 12.2 | 15.3 | 19.4 |
| rangs | 8 | 18 | 6 | 15 | 11 | 19 | 16 | 2 | 9 | 17 |

n1 = 9   n2 = 10   U = 66.00   z = 1.71

Listing PGR 6 : voir page 50

2.2. Test de Kruskal-Wallis

Théorie

Ce test permet de comparer plus de deux échantillons en testant l'hypothèse nulle Ho que k échantillons aléatoires indépendants de dimensions n1, n2 ..... nk proviennent de la même population.

Pour ce faire, on ordonne toutes les valeurs des k échantillons ensemble, comme si ils formaient un seul échantillon, suivant un ordre croissant (les ex-aequos ont la moyenne des rangs).

soit Rij ($i = 1,2 \ldots k$ ; $j = 1,2 \ldots ni$) le rang de la $j^e$ valeur dans le $i^e$ échantillon

le test H de Kruskal-Wallis peut être utilisé pour tester Ho. on a :

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left( \sum_{j=1}^{ni} Rij \right)^2}{} - 3(N+1)$$

$$\text{où } N = \sum_{i=1}^{k} ni$$

Lorsque les dimensions de tous les échantillons sont grandes ($>5$), H est distribué approximativement suivant une loi de $\chi^2$ avec $k - 1$ degrés de liberté. Pour les petits échantillons, le test est basé sur une table spéciale.

Mode d'emploi du programme : PGR 7

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialiser | | E | 0.00 |
| 3 | Effectuer pour i = 1, .... k<br>pour j = 1 .... nj | Rij | A | j |
| | qd j = nj, on remet les compteurs à zéro pour une autre série i par : | | B | 0.00 |
| 4 | Calcul de H | | C | H |

Exemple :

| A | 2.1 | 2.0 | 3.0 | |
|---|---|---|---|---|
| rangs | 1 | 2 | 3 | |

| B | 5.2 | 5.0 | 6.0 | 5.5 |
|---|---|---|---|---|
| rangs | 5 | 4 | 7 | 6 |

| C | 8.0 | 8.0 | 8.0 | 8.8 | 9.2 |
|---|---|---|---|---|---|
| rangs | 9 | 9 | 9 | 11 | 12 |

H = 9.83

Listing PGR 7 : voir page 50

## 2.3. Coefficient de corrélation des rangs de Kendall

### Théorie

Supposons que n individus soient classés de 1 à n par k observateurs selon un critère.

Le coefficient W de corrélation de Kendall mesure l'accord des observateurs sur les rangs attribués (ou la corrélation des rangs)

$$W = \frac{12 \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{k} Rij \right)^2}{k^2 \; n \; (n^2 - 1)} - \frac{3\,(n+1)}{n - 1}$$

W varie de zéro (pas de préférence commune) à 1 (accord parfait).

On peut tester l'hypothèse nulle que les observateurs n'ont aucune préférence commune à l'aide de tables spéciales ; ou bien si $n > 7$ en calculant $\chi^2 = k\,(n-1)\,W$ qui suit approximativement une distribution de $\chi^2$ à n-1 ddl.

### Mode d'emploi du programme : PGR 8

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Initialiser | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire. xij<br>pour i = 1 ... n<br>j = 1 ... k | xij | C | j |
| | qd j=k, on remet les compteurs à zéro en appuyant sur f.c | | f.c | 0.00 |
| 4 | Calcul de W | | D<br>R/S<br>R/S | W<br>$\chi^2$<br>ddl |

Exemple :

| i \ j | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 7 | 3 |
| 2 | 1 | 4 | 2 |
| 3 | 9 | 3 | 5 |
| 4 | 2 | 6 | 1 |
| 5 | 10 | 8 | 9 |
| 6 | 3 | 2 | 6 |
| 7 | 5 | 9 | 8 |
| 8 | 4 | 1 | 4 |
| 9 | 8 | 10 | 10 |
| 10 | 7 | 5 | 7 |

W = 0.69

$\chi^2$ = 18.64

ddl = 9

Linsting PGR 8 : voir page 51

# 3. ADEQUATION A DES DISTRIBUTIONS THEORIQUES

## 3.1. Test d'adéquation à une loi normale

Théorie

Ce programme teste l'ajustement d'une série de données à une loi normale par un test du $\chi^2$ ; il faut que N (nombre total de données) soit supérieur ou égal à 50 pour que le calcul du $\chi^2$ soit justifié.

On choisit alors toutes les classes des probabilités égales pi et telles que l'on ait un effectif raisonnable pour chacune d'elles.

On découpe alors une distribution normale en 10 parties égales, les limites des 10 classes étant données par x = u + $\sigma$X avec pour X les valeurs - 1.28 ; - 0.84 ; - 0.523 ; - 0.253 ; 0 et leurs symétriques. On estime u par m et $\sigma$ par s (échantillon). On obtient ainsi les limites des classes de la distribution, à l'intérieur desquelles on a c = Npi

d'où $\chi^2 = \frac{(o-c)^2}{c} = \frac{1}{c} \sum (o-c)^2$

avec N - 3 ddl

Mode d'emploi du programme PGR 9

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Initialiser | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire l'effectif de l'échant.<br>la moyenne<br>l'écart type | N<br>m<br>s | ↑<br>$\sigma$<br>B | <br><br>10.00 |
| 4 | Introduire les données<br>xi (i = 1 ..... N) | xi | A | |
| 5 | Résultats | | C | ddl (=N-3)<br>$\chi^2$ |
| 6 | Pour un autre cas, aller en 2 | | | |

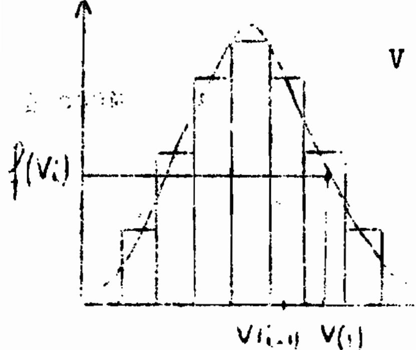
sem : au lieu de faire l'étape 4, on peut directement stocker dans les registres 0 à 9 le nombre de données de chaque classe déterminée par la formule x = m + sX, X prenant les valeurs données (voir théorie)

Listing PGR 9 : voir page 51

## 3.2. Calcul des fréquences théoriques d'une variable observée suivant une loi normale

Théorie

- Soit l'histogramme de la variable que l'on peut assimiler à une loi normale (m, $s^2$)
- l'intervalle de classe est INT = $X_{i+1} - X_i$ = cte
- le programme donne les valeurs des fréquences théoriques de la loi normale ( u, $\sigma^2$) pour les valeurs




$$V(i) = \frac{X(i) - X(i-1)}{2}$$

on calcule ainsi la courbe normale théorique s'ajustant à l'histogramme observé.

les fréquences théoriques sont calculées par la formule approchée de Hastings

Mode d'emploi du programme PGR 10

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Initialisation | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire le nbre total d'observations<br>la moyenne de l'échantillon<br>l'écart type de l'échantillon<br>l'intervalle de classe de l'histog. | N<br>m<br>s<br>INT | <br><br><br>B | <br><br><br>N |
| 4 | Pour chaque couple V(i) V(i-1), les introduire | V(i)<br>v(i-1) | ↑<br>A | <br>f(V(i)) |
| 5 | Pour un autre problème, aller en 2 | | | |

Listing PGR 10 : voir page 51

## 3.3. Test d'adéquation à une loi de poisson

Théorie

- le programme compare une distribution observée à une distribution théorique de poisson par un test de $\chi^2$.

- les limites du programme sont imposées à 18 classes, de zéro à 18.

On calcule les diverses probabilités correspondant à chaque classe par la formule

$$pi = \frac{\mu^{xi}}{x_i} e^{-\mu} \qquad \mu = \text{moyenne de l'échantillon}$$

l'effectif théorique de chaque classe est donc

$$C_i = Npi \text{ où } N = \text{nbre total d'observations}$$

le $\chi^2$ vaut donc $\chi^2 = \sum \frac{(o-c)^2}{2}$

Mode d'emploi du programme PGR 11

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialisation | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire les xi successifs | xi | A | |
| 4 | Calcul du $\chi^2$ | | B<br>pause<br>pause | n° classe<br>eff. observé<br>eff. calculé |
| | | | pause | ddl<br>$\chi^2$ |

mem : le programme affiche pour chaque classe :

- son n°
- l'effectif observé
- l'effectif calculé

lorsque toutes les classes sont examinées, il s'affiche le nombre de degrés de liberté et la valeur du $\chi^2$ mesurant le degré d'adéquation.

Listing PGR 11 : voir page 52

### 3.4. Têst d'adéquation à une loi binominale négative

On envisagera 3 cas :

1°/ - le nombre d'observations est inférieur à 50 et il existe une fréquence non nulle de comptes nuls

2°/ - le nombre total d'observations est inférieur à 50 et il n'existe pas de comptes nuls

3°/ - le nombre total d'observations est supérieur à 50.

**rem** : le choix d'un ajustement à une binominale négative peut être justifié par le calcul d'un têst de dispersion : $\chi^2 = \frac{s^2 (n-1)}{\bar{x}}$ qui suit un $\chi^2$ à (n-1) ddl testant $s^2 > \bar{x}$.

#### 3.4.1. n < 50 - il existe des échantillons vides

Le paramètre k de la loi est d'abord estimé de façon grossière par la formule $\hat{k}_o = \frac{\bar{x}^2}{s^2 - \bar{x}}$

avec $\bar{x}$ = moyenne arithmétique de l'échantillon
$s^2$ = variance de l'échantillon

puis on utilise une méthode itérative pour résoudre :

$$\text{Log}\left(\frac{n}{fo}\right) = k \text{ Log } \left(1 + \frac{\bar{x}}{k}\right)$$

où n est le nombre total d'échantillons et
fo le nombre d'échantillons ne contenant aucun individu (fréquence des comptes nuls).

le test d'adéquation utilise la statistique

$$U = s^2 - \left(\bar{x} + \frac{\bar{x}^2}{k}\right)$$ où k est la valeur trouvée par la méthode précédente.

On a : U = o pour un accord parfait, l'adéquation reste donc si U ≠ o et plus petit que son erreur standard (pour son calcul, voir l'abaque p. 60)

Remarque : une valeur positive et élevée de U indique que la distribution Log-normale semble plus appropriée.
Une valeur négative et élevée de U indique que des distributions comme celles de Neyman ou de Polya-Aeppli sont plus adaptées.

Mode d'emploi du programme PGR 12

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initiation | | E | 0.00 |
| 3 | Calcul de ko<br>Introduire $\bar{x}$<br>$s^2$ | $\bar{x}$<br>$s^2$ | A | ko |
| 4 | Calcul exact de k<br>introduire n<br>fo | n<br>fo | B | k |
| 5 | Calcul de U | | C | U |

Exemple :

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f | 7 | 3 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 |

n = 20 fo = 7 $\bar{x} = 2.45$ $s^2 = 9.2079$

U = - 1.8171 standard erreur de U $\simeq 2 \left(\frac{10}{\sqrt{n}}\right) = 4.47$

Listing PGR 12 : voir page 52

3.4.2. $n < 50$ - il n'existe pas d'échantillons vides.

Une valeur approchée de k est d'abord calculée par la formule

$$ko = \frac{\bar{x}^2 - (s^2/n)}{s^2 - \bar{x}}$$

le test T d'adéquation à la distribution binominale négative est alors :

$$T = \frac{(\Sigma x^3 - 3\,\bar{x}\,\Sigma x^2 + 2\,\bar{x}^2 \Sigma x)}{n} - s^2 \left(\frac{2s^2}{\bar{x}} - 1\right)$$

un accord parfait entre la distribution théorique et observée est donné par T = 0

L'adéquation reste bonne pour $T \sim 0$ et plus petit que son erreur standard (pour son calcul, voir l'abaque p. 60)

Les calculs :

- quand $\bar{x} < 4$ : on accepte k = ko et on calcule T

- quand $\bar{x} > 4$ : on doit utiliser des transformations des données et des tables pour estimer k.

- si $2 \leqslant k_o \leqslant 5$ et $\bar{x} \geqslant 15$

on utilise $y = \log \left( x + \frac{\hat{k}o}{2} \right)$

- si $k_o < 2$ et $\bar{x} \geqslant 4$

on utilise $y = \sinh^{-1} \sqrt{\frac{x + 0.375}{k - 0.75}}$

et on compare les variances à des variances théoriques tabulées (voir table p. 60 ).

Mode d'emploi du programme PGR 13

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialiser | | f.e | 0.00 |
| 3 | Introduire les données xi | xi | A | i |
| 4 | Calcul de $\bar{x}$<br>$s^2$<br>$k_o$<br>T | | B<br>(pause)<br>R/S<br>R/S | $\bar{x}$<br>$s^2$<br>ko<br>T |
| 5 | si $\bar{x} \geqslant 15$ et $2 \leqslant k_o \leqslant 5$ aller en 6<br>si $\bar{x} \geqslant 4$ et $k_o \leqslant 2$ aller en 8 | | | |
| 6 | Remettre les registres à zéro | | E | |
| 7 | Introduire les xi | xi | C | i |
| | Calcul de $\bar{x}$<br>$s^2$ | | B<br>(pause) | $\bar{x}$<br>$s^2$ |
| | Utiliser les tables pour calculer k à partir de s2 | | | |
| 8 | Remettre les registres à zéro | | E | |
| | Introduire les xi | xi | D | i |
| | Calcul de $\bar{x}$<br>$s^2$<br>Utiliser les tables pour calculer k à partir de s2 | | B<br>(pause) | $\bar{x}$<br>$s^2$ |

Exemple : comptage : 4 ; 5 ; 8 ; 14 ; 14 ; 15 ; 15 ; 19 ; 28 ; 36

$n = 10$

$\bar{x} = 15.8$

$s^2 = 99.0667$ d'où $k_o = 2.87$

$T = - 473.133$ erreur standard de $T = 320 \left(\frac{10}{n}\right) = 1011.936$

on a : $x > 15$ et $2 < ko < 5$, la transformation appropriée des données est donc $y = \log \left(x + \frac{ko}{2}\right)$. On comparera ensuite la variance obtenue à celles tabulées pour obtenir k.

Listing PGR 13 : voir page 52

3.4.3. $n > 50$ - test d'adéquation par un $\chi^2$.

On calcule une valeur approchée de k par la formule

$$k_o = \frac{\bar{x}^2}{s^2 - \bar{x}}$$

on choisit ko' et ko" tels que $ko < ko < ko"$ et on calcule l'équation du maximum de vraissemblance avec ko' et ko"

$$n \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{\bar{x}}{k}\right) = \sum \frac{A(x)}{k+x}$$

$$\text{soit } z = n \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{\bar{x}}{k}\right) - \sum \frac{A(x)}{k + x}$$

(pour la signification de A(x), voir l'exemple)

on a donc z'. et z".

k est alors calculé par : $k = \dfrac{k'_o z''_o - k''_o z'_o}{z''_o - z'_o}$

<u>Calcul du $\chi^2$ d'ajustement</u>

Les fréquences théoriques T sont calculés par :

- $f(x)_1 = \dfrac{N}{\left(1+\frac{\bar{x}}{k}\right)^k}$ pour la 1ère classe

- $f(x)_i = f(x)_{i-1} \dfrac{\bar{x}}{k + x} \left(\dfrac{k + i - 2}{i - 1}\right)$

- pour la dernière classe : $f(x)d = n - \sum_{i=1}^{d-1} f(x)_i$

et $\chi^2 = \dfrac{(O - T)^2}{T}$

avec ddl = nombre de classes pour le calcul du $\chi^2$ - 3.

Mode d'emploi du programme PGR 14

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Initialisation | | f.e | 0.00 |
| 3 | Si on connait n, $\bar{x}$, s : aller en 4<br>sinon, aller en 5 | | | |
| 4 | Introduire n, $\bar{x}$, 1 | n<br>$\bar{x}$<br>s | <br><br>f.a | <br><br>ko |
| 5 | Introduire les données par $\Sigma$+<br>quand toutes les données sont intro-<br>duites, appuyer sur A | xi | $\Sigma$+<br><br>A | i<br><br>ko |
| 6 | Introduire l'intervalle et la fréquence<br>correspondante | i<br>fi | <br>B | <br>i + 1 |
| 7 | qd tous les interv.et freq. sont intro-<br>duits,, appuyer sur C pour le cal-<br>cul de k | | C | k |
| 8 | Calcul du $\chi^2$<br>introduire la fréquence observée | fi | D | fréquence<br>théorique |
| 9 | Introduire la dernière fréquence<br>(ou la somme restante si une freq théo-<br>rique,atteind un seuil critique<br>(1 par ex)) et appuyer sur E | E | | $\chi^2$ |

Remarque : $k_o$ doit être supérieur à 0.1 sinon on ne peut pas calculer k

ex :

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f | 3 | 7 | 9 | 12 | 10 | 6 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| A(x) | 77 | 70 | 61 | 49 | 39 | 33 | 26 | 20 | 15 | 11 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

n = 80
$\bar{x}$ = 5.3125
s = 3.6789

d'où ko = 3.4
on a donc k = 3.3588

Calcul du $\chi^2$

P(x=0) = 3.31
P(x=1) = 6.81
P(x=2) = 9.09
:
P(x 14) = ...

d'où $\chi^2$ = 1.58 avec ddl = 15 - 3 = 12 (les 3 dernières classes ont été réunies car leurs $\chi^2$ partiels étaient inférieurs à 1).

Listing PGR 14 : voir page 53

4. PROGRAMMES DE REGRESSION

4.1. Régression linéaire y = a + bx et log y = a + bx

Lorsqu'une liaison entre 2 variables x et y est significative (test sur le coefficient de corrélation r), on peut tenter de représenter au mieux la courbe de régression y = f(x) dans la population de mesures d'où viennent les données observées. Souvent, au vu des données, ou pour des raisons à priori, on peut supposer que cette relation est linéaire. On cherchera alors l'équation de la droite représentant le mieux possible la droite de régression vraie et vérifier ensuite la validité de l'ajustement.

Test de liaison :

on calcule le coefficient de corrélation r :

$$r^2 = \frac{\left[\sum xiyi - \frac{\sum xi \sum yi}{n}\right]^2}{\left[\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}\right]\left[\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}\right]}$$

et la statistique $t = \frac{r}{\sqrt{1 - r^2}} \times \sqrt{n - 2}$

où n = nombre d'observations. La statistique suit un t de Student à n - 2 ddl et teste r = 0.

Estimation de la droite de régression :

Soit y = a + bx

$$b = \frac{\sum xiyi - \frac{\sum xi \sum yi}{n}}{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}$$

$a = \bar{y} - b\bar{x}$ avec $\bar{y} = \frac{\sum yi}{n}$ et $\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$

- l'intervalle de confiance du coefficient de régression r

est donné par $r_a \leqslant r \leqslant r_b$

avec
$$r_{\frac{a}{b}} = \frac{e^{2 z_b^a} - 1}{e^{2 z_b^a} + 1}$$

avec
$$r_b^a = \frac{1}{2} \operatorname{Log} \frac{1 + r}{1 - r} \pm \frac{1}{\sqrt{n-3}} \cdot 2$$

- intervalle de confiance des coefficients a et b :

soit
$$\hat{\sigma}_a = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(xi-\bar{x})^2}}$$

$$\hat{\sigma}_b = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum(xi-\bar{x})^2}}$$

avec
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2}\left[\sum(yi-\bar{y})^2 - b^2 \sum(xi - \bar{x})^2\right]$$

sous réserve que les résidus de la régression suivent une loi normale $(0, \sigma^2)$,

on a
$$\begin{cases} a = a \pm \hat{\sigma}_a \cdot t_\alpha \\ b = b \pm \hat{\sigma}_b \cdot t_\alpha \end{cases}$$

au seuil $\alpha$ choisi. $t_\alpha$ est lu dans une table de Student avec (n-2) ddl.

- tests sur a et b

soit à tester $a = a_o$ et $b = b_o$

on calcule la statistique $t = \dfrac{|a - a_o|}{\hat{\sigma}_a}$ ou $t = \dfrac{|b - b_o|}{\hat{\sigma}_b}$

qui suit un Student à (n-2) ddl

Mode d'emploi du programme PGR 15

Il calcule les régressions $y = a + bx$ et $\log y = a + bx$ ainsi que les inverses, donne les intervalles de confiance de r, a, b et les valeurs des tests sur ces coefficients.

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Mise à zéro des registres | | CL reg<br>P ⇄ S<br>CL reg<br>CLX | 0.00 |
| 2 | Introduire les couples (xi,yi)<br>pour i = 1, 2 .... n<br>en cas d'erreur sur (xi, yi),<br>corriger par : | xi<br>yi<br><br>yi<br>xi<br>yi<br><br>xi | ↑<br>A<br><br>↑<br>Σ -<br>↑<br>LN<br>P ⇄ S<br>Σ -<br>P ⇄ S | i<br><br><br><br><br><br><br><br><br>i - 1 |
| 3 | Résultats<br>y = a + bx | | B<br>R/S<br>R/S<br>R/S | r<br>$r^2$<br>a<br>b |
| 4 | Intervalle de confiance de r | | C<br>R/S | ra<br>rb |
| 5 | Test r = 0 | | f.c | t(n-2) |
| 6 | Ecart type de a : $\sigma_a$ | | D | $\sigma_a$ |
| 7 | Ecart type de b : $\sigma_b$ | | f.d | $\sigma_b$ |
| 8 | Test a = $a_0$ | $a_0$ | E | t(n-2) |
| 9 | Test b = $b_0$ | $b_0$ | f.e | t(n-2) |
| 10 | Regression Log y = a + bx<br>reprendre en 3 | | | |

<u>Remarque</u> : une fois l'instruction 3 effectuée, on peut recommencer autant de fois que l'on veut les instructions suivantes. (touches C ; fc ; D ; fd ; E ; f.e) sans changer de type d'ajustement. Une fois ces tests effectués, si on recommence l'instruction 3, on calcule alors la régression en Log et les tests correspondants. Si on désire commencer par l'ajustement en Log sans calculer la régression y = a + bx, on appuye sur P⇄S et on continue les instructions (B ; etc...).

Listing PGR 15 : voir page 54

4.2. Test d'identité de 2 modèles linéaires simples

Théorie

Ce programme teste l'identité de 2 modèles linéaires simples et calcule les coefficients de la régression "commune" ainsi que les statistiques pour tester ces coefficients.

Soit un premier modèle $y = a_1 + b_1 x$ dont on peut calculer la somme des carrés des écarts SCE1, de même un deuxième modèle $y = a_2 + b_2 x$ donnera SCE2

- sous l'hypothèse nulle $H_o$ : égalité des coefficients pour les 2 populations, on calcule $y = a + bx$ et la somme des carrés des écarts sous o : $SCE_{Ho}$
- sous l'hypothèse alternative $H_1$ : les 2 modèles sont différents (2 populations différentes), on a $SCE_{H1} = SCE_1 + SCE_2$

le test est alors un F de Fisher à (p, n-p) où

p = nombre de coefficients (ici p = 2)
n = nombre de couples (x, y) dans le modèle "commun"

et $$F_p^{n-p} = \frac{n-2p}{n} \quad \frac{SCE_{Ho} - SCE_{H1}}{SCE_{H1}}$$

si F < Ftable, on accepte Ho (identité)

si F > Ftable, on rejette Ho

Dans le cas d'identité des deux modèles linéaires, on peut donc estimer la régression "commune" (résultante $y = a + bx$ et estimer a, b, $\sigma a$ et $\sigma b$ (que l'on peut multiplier par $t_\alpha^{(n-2)}$ pour avoir un intervalle de confiance de a et b au seuil $\alpha$ choisi) et tester $a = a_o$ et $b = b_o$ par un t de Student à n - 2.

Mode d'emploi du programme PGR 16

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Initialisation - mise à zéro | | f.a | 0.00 |
| 2 | Introduire les couples (xi, yi) du 1er modèle pour i = 1, .... n1 | xi | ↑ | |
| | | yi | A | i |
| 3 | Quand tous ces couples sont entrées, on calcule la 1ère régression | | B | $r_1$ |
| | | | R/S | $r_1^2$ |
| | | | R/S | $a_1$ |
| | | | R/S | $b_1$ |
| | | | R/S | $SCE_1$ |
| 4 | Introduire les couples (xi, yi) du 2è modèle (i = 1, .... n2) | xi | ↑ | |
| | | yi | A | |
| 5 | Résultats : | | C | $r_2$ |
| | | | R/S | $r_2^2$ |
| | | | R/S | $a_2$ |
| | | | R/S | $b_2$ |
| | | | R/S | SCE 2 |
| | | | R/S | r |
| | | | R/S | $r^2$ |
| | | | R/S | a |
| | | | R/S | b |
| | | | R/S | $SCE_{Ho}$ |
| | | | | $F_2^{n-2}$ |
| 6 | Tests<br>écart type de a : a | | D | $\sigma$ a |
| | écart type de b : b | | f.d | $\sigma$ b |
| | test a = $a_o$ | $a_o$ | E | t |
| | test b = $b_o$ | $b_o$ | f.e | t |

Listing PGR 16 : voir page 55

# 5. MODELISATION : ANALYSE DE LA VARIANCE

## 5.1. Test du chi-carré de Bartlett

C'est un test d'homogénéité des variances, souvent nécessaire avant d'effectuer les tests classiques de l'analyse de variance. L'analyse de variance repose sur l'estimation de la variance résiduelle qui exprime la variation moyenne à l'intérieur des groupes. Cependant, chaque groupe ou classe possède une variance interne propre et celles-çi sont seulement estimées globalement dans la variance résiduelle (variance intra-groupe moyenne). Si les variances intra-groupes n'étaient pas homogènes, l'estimation de la variance moyenne dans les classes serait biaisée. Aussi, lorsque les classes à comparer présentent une hétérogénéité manifeste et variable, c'est à dire une dispersion plus importante des données dans certaines d'entre elles, le contrôle de l'homogénéité des variances intra-classes peut être nécessaire. Toutefois, les tests de l'analyse de variance sont robustes et on peut admettre un certain écart à l'additivité des variances, de même qu'à la normalité des distributions. L'homogénéité des variances peut être contrôlée par le test de Bartlett.

- la statistique calculée est :

$$\chi^2 = \frac{f \cdot LN\bar{s}^2 - \sum_{i=1}^{k} fi \; LN\, si^2}{1 + \frac{1}{3(k+1)}\left[\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{fi}\right) - \frac{1}{f}\right]}$$

avec $si^2$ = variance du 1e échantillon

$fi$ = ddl relatifs à $si^2$

$i$ = 1, 2 ..... k . k = nombre d'échantillons.

$$\bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} fi \; si^2}{f}, \quad f = \sum_{i=1}^{k} fi$$

le $\chi^2$ calculé suit approximativement une distribution de chi-deux avec (k-1) ddl, pouvant être utilisé pour tester l'hypothèse nulle Ho : $s_1^2$, $s_2^2$ ..... $s_k^2$ sont des estimations de la variance $\sigma^2$ d'une même population.

Mode d'emploi du programme PGR 17

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialiser | | E | 0.00 |
| 3 | Si on connait tous les couples ($si^2$, fi), aller en 4.<br>Si on ne dispose que des échantillons aller en 6. | | | |
| 4 | Introduire pour i = 1 ... K : $si^2$<br>fi | $si^2$<br>fi | ↑<br>A | <br>i |
| 5 | Calcul du $^2$ | | B<br>R/S | $\chi^2$<br>ddl |
| 6 | Pour chaque échantillon : i = 1 ... k<br>- introduire xij j = 1...ni<br>- à chaque dernier xij faire:<br>et reprendre un autre échantillon | <br>xij | <br>6<br>f.c | <br>↑<br>i |
| 7 | Calcul du $\chi^2$ | | B<br>R/S | $\chi^2$<br>ddl |

Listing PGR 17 : voir page 55

5.2. Analyse de variance à une voie

**Théorie**

L'analyse de variance à une voie est un test d'homogénéité qui permet la comparaison simultanée de plusieurs moyennes d'un nombre k de groupes de traitements. On teste si les différences observées entre les moyennes sont dues au hasard ou sont représentatives des différences entre les moyennes réelles des populations. Pour ce faire, on calcule plusieurs séries de paramtères :

- La variance totale, à partir de l'ensemble des mesures
- la variance factorielle, à partir des moyennes des groupes
- la variance résiduelle, à partir des mesures de chaque groupe.

Ces variances sont estimées par $\frac{SCE}{ddl}$ (SCE = somme des carrés des écarts ; ddl = degré de liberté correspondant). Le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant :

On dispose de n observations réparties sur p modalités (le nombre d'observation peut être différent d'une modalité à l'autre).

| Source de variation | ddl | SCE | Test |
|---|---|---|---|
| Factorielle (inter-modalité) | p - 1 | $S_1$ | $F = \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{n-p}{p-1}$ |
| Résiduelle (intra-modalité) | n - p | $S_2$ | |
| Totale | n - 1 | S | |

on rejette l'hypothèse Ho : homogénéité des traitements si le test F est supérieur à la valeur fo de la table de Fisher, au seuil choisi.
Dans le cas de rejet de Ho, on admet alors que les traitements ne sont pas identiques. Pour savoir si 2 traitements i et i' sont entre eux significativement différents, on calcule la statistique suivante (critère de test) :

$$\sqrt{(p-1) \cdot fo \cdot \left(\frac{1}{ri} + \frac{1}{ri'}\right) \cdot \gamma}$$

avec $\gamma = \sum_{ij} \frac{(yij - \bar{y}i)^2}{n-p}$

ri = nombre d'observations du traitement i

ri' = nombre d'observations du traitement i'

yij = $j^e$ valeur observée dans le traitement i

$\bar{y}i$ = moyenne du traitement i

on considère alors que les 2 traitements i et i' sont différents si la valeur expérimentale $|\overline{yi} - \overline{yi'}|$ est supérieure à la statistique calculé.

Mode d'emploi du programme PGR 18

| N° | INSTRUCTIONS | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Initialisation | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire les observations de chaque modalité une à une | yij | A | |
| 4 | Une fois toutes les données d'une même modalité introduites, faire : | | f.a | |
| 5 | Reprendre à 3 pour une autre modalité | | | |
| 6 | Résultats | | B | SCE factoriel |
| | | | R/S | SCE résiduel |
| | | | R/S | SCE total |
| | | | R/S | ddl factoriel |
| | | | R/S | ddl résiduel |
| | | | R/S | test F |
| 7 | Tests de classement des modalités introduire le numéro de la modalité (la modalité i porte le n° i - 1) | i - 1 | ↑ | |
| | - introduire le nbre d'observations de cette modalité | p1 | ↑ | |
| | - introduire le n° de la 2è modalité | j - 1 | ↑ | |
| | - le nbre d'observations danc cette modalité | pE | C | $\overline{yi} - \overline{yj}$ |
| | - introduire fo (table de Fisher) | fo | f.c | critère de test |

Remarque : on peut introduire autant de moda ités qu'on le désire (instructions 3 à 5). Cependant, si on désire effectuer des tests de classement, le nombre de modalités est limité à 14. Si on désire comparer plus de 14 modalités, on doit impérativement supprimer les pas 29 à 31 inclus. Dans ce cas, on ne peut plus faire les tests de classement.

Exemple :

| Modalité | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 88 | 99 | 96 | 68 | 85 | | |
| 2 | 78 | 62 | 98 | 83 | 61 | 88 | |
| 3 | 80 | 61 | 74 | 92 | 78 | 54 | 77 |
| 4 | 71 | 65 | 90 | 46 | | | |

Tableau d'analyse :

| Variation | SCE | ddl | F |
|---|---|---|---|
| factorielle | 930.44 | 3 | 1.55 |
| résiduelle | 3599.56 | 18 | |
| totale | 4530.00 | 21 | |

Listing PGR18 : voir page 56

5.3. Analyse de la variance à 2 entrées
(deux variables, sans duplication)

L'analyse de la variance à 2 entrées teste indépendamment l'effet ligne et l'effet colonne. Ce programme génère un tableau d'analyse de variance classique dans le cas où :

- chaque case n'a qu'une seule observation
- et les effets des lignes et des colonnes sont sans interaction

le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant à partir d'un tableau à q lignes et p colonnes.

| Variation | SCE | ddl | tes |
|---|---|---|---|
| entre les lignes | SCE l | ddl = p-1 | F. ligne $\frac{(p-1)}{(p1)(q-1)}$ |
| entre les colonnes | SCE c | ddl = q-1 | F. colonne $\frac{(q-1)}{(p-1)(q-1)}$ |
| résiduelle | SCE r | ddl = (p-1)(q-1) | |
| Total | SCE T | | |

Mode d'emploi du programme PGR 19

| N° | INSTRUCTIONS | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Initialiser | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire les valeurs de la colonne i pour i = 1, ..... n | xj | A | |
| 4 | Quand i = n (toute la colonne est introduite), faire f.a<br>recommencer en 3 pour une nouvelle colonne | | f.a | |
| 5 | Entrer le total de chaque ligne pour l = 1 .... p | $T_i$ | B | |
| 6 | Résultats : | | C | SCE Total |
| | | | R/S | SCE colonnes |
| | | | R/S | ddl colonnes |
| | | | R/S | SCE lignes |
| | | | R/S | ddl lignes |
| | | | R/S | SCE résiduels |
| | | | R/S | ddl résiduels |
| | | | R/S | test F colonne |
| | | | R/S | ddl associés |
| | | | R/S | test F ligne |
| | | | R/S | 2 ddl associés |

Listing PGR19 : voir page 56

### 5.4. Plan factoriel disposé en blocs

Dispositif expérimental :

On dispose de ta niveaux de traitement A ; tb niveaux de traitements B et r répétitions. Soit, pour la commodité de l'exposé ta = 3 et $t_b$ = 2. On a donc le dispositif suivant :

| Traitements | | BLOCS | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | ... | ./. | ... | r |
| $A_1$ | $B_1$ | x11 | x12 | | | | | |
| | $B_2$ | | | | | | | |
| $A_2$ | $B_1$ | | | | | | | |
| | $B_2$ | | | | | | | |
| $A_3$ | $B_1$ | | | | | | | |
| | $B_2$ | | | | | | | |

et le tableau simplifié :

| i \ j | $B_1$ | $B_2$ |
|---|---|---|
| A1 | Y11 | Y12 |
| A2 | Y21 | Y22 |
| A3 | Y31 | Y32 |
| | Yij | Yij |

le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant :

| Variation | SCE | ddl | Variance | F |
|---|---|---|---|---|
| Totale | SCE.T | r.ta.tb.1 | | |
| entre blocs | SCE.b | r-1 | $\frac{SCE.b}{r-1} = 1$ | 1/6 = F1 |
| entre trait. | SCE.t | ta.tb.-1 | $\frac{SCE.t}{ta.tb-1} = 2$ | 2/6 = F2 |
| Traitement A | SCE.A | ta - 1 | $\frac{SCE.A}{ta-1} = 3$ | 3/6 = F3 |
| Traitement B | SCE.B | tb - 1 | $\frac{SCE.B}{tb-1} = 4$ | 4/6 = F4 |
| Interaction AxB | SCE (AxB) | (ta-1)(tb-1) | $\frac{SCE(AxB)}{(ta-1)(tb-1)} = 5$ | 5/6 = F5 |
| résiduelle | SCE.R | (r-1)(ta-tb-1) | $\frac{SCE.R}{ddl} = 6$ | |

Mode d'emploi du programme PGR 20

| N° | INSTRUCTION | | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | | |
| 2 | Initialisation : Introduire r | | r | ↑ | |
| | ta | | ta | ↑ | |
| | tb | | tb | E | r |
| 3 | Introduire pour chaque bloc : xij (pour i = 1, r ; j = 1 ....) | | xij | A | j |
| 4 | Quand toutes les données sont introduites, introduire yij pour i = 1 ... r j = 1... | | yij | B | j |
| 5 | Puis introduire les $\sum$ yij j = 1 ... | | $\sum$ yij | C | j |
| 6 | Résultats : | Résiduelle | | D<br>R/S<br>R/S | SCE.R<br>ddl<br>variance R |
| | | Totale | | R/S<br>R/S | SCE.T<br>ddl.T |
| | | Blocs | | R/S<br>R/S<br>R/S<br>R/S | SCE.b<br>ddl.b<br>variance b<br>F1 |
| | | entre traitements | | R/S<br>R/S<br>R/S<br>R/S | SCE (t)<br>ddl. t<br>variance<br>F2 |
| | | Traitement A | | R/S<br>R/S<br>R/S<br>R/S | SCE.A<br>ddl<br>variance<br>F3 |
| | | Traitement B | | R/S<br>R/S<br>R/S<br>R/S | SCE.B<br>ddl<br>variance<br>F4 |
| | | Interaction traitement AxB | | R/S<br>R/S<br>R/S<br>R/S | SCE AxB<br>ddl<br>variance<br>F5 |

Listing PGR 20 : voir page 57

## 5.5. Dispositif d'analyse de variance en carré Latin

**Théorie**

C'est un dispositif qui comporte autant de répétitions que de traitements.

Chaque ligne et chaque colonnne renferme tous les traitements pris une seule fois.

Exemple : carré Latin à 5 traitements : A - B - C - D - E.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| B | E | C | A | D |
| C | A | E | D | B |
| E | D | B | C | A |
| D | C | A | B | E |
| A | B | D | E | C |

les traitements sont affectés au hasard.

Remarque : au dessous de 5 traitements, ce dispositif manque de précisions.

Calculs : Soit le tableau (lignes x colonnes) où sont disposés les traitements x, y.....z selon un dispositif en carré Latin

| Col / Lig | 1 | 2 | 3 | Sommes Li |
|---|---|---|---|---|
| 1 | x1 | y1.... | z1 | L1 |
| 2 | y2 | z2.... | | L2 |
| 3 | | | | . |
| . | | | | . |
| . | | | | . |
| N | zn | x3 | y4 | Ln |
| Sommes Ci | $C_1$ | $C_2$.... | Cn | $\sum x$ |

on dispose aussi du tableau (traitement x répétitions)

| Répétition → / Traitement ↓ | 1 | 2 | ... | n | Somme Ti |
|---|---|---|---|---|---|
| X | $x_1$ | $x_2$ | ............ | xn | Tx |
| Y | $y_1$ | $y_2$ | ............ | yn | Ty |
| : | | | | | |
| Z | $z_1$ | $z_2$ | ............ | zn | Tz |

Le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant :

| Variation | ddl | SCE | Variance | Test |
|---|---|---|---|---|
| Lignes | n - 1 | $L^2$ | $V_L^2$ (1) | $F_1$ = 1/4 |
| Colonnes | n - 1 | $C^2$ | $V_C^2$ (2) | $F_2$ = 2/4 |
| Traitement | n - 1 | $T^2$ | $V_T^2$ (3) | $F_3$ = 3/4 |
| erreur | (n-2)(n-1) | $E^2$ | $V_E^2$ (4) | |
| Totale | | $W^2$ | | |

Mode d'emploi du programme PGR 21

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Introduire le programme | | | |
| 2 | Introduire le nombre de traitement : n | n | E | n |
| 3 | Introduire les xi ..... zi .... ligne par ligne | xi | B | |
| 4 | Introduire Li (i = 1 .... n) | Li | C | i |
| 5 | Introduire Ci (i = 1 .... n) | Ci | C | i |
| 6 | Introduire Ti (i = 1 .... n) | Ti | C | i |
| 7 | Résultats : | | A | SCE totale |
| | | | R/S<br>R/S<br>R/S | SCE ligne<br>ddl<br>variance |
| | | | R/S<br>R/S<br>R/S | SCE colonne<br>ddl<br>variance |
| | | | R/S<br>R/S<br>R/S | SCE traitement<br>ddl<br>variance |
| | | | R/S<br>R/S<br>R/S | $F_1$ ligne<br>$F_2$ colonne<br>$F_3$ traitement |

Listing PGR 21 : voir page 58

6. PROGRAMMES SIMPLES D'ESTIMATIONS DE PARAMETRES DE POPULATION

6.1. Méthode de Petersen : estimation $\hat{N}$ de la taille d'une population

Principe :

On prélève dans une population (taille N) un échantillon aléatoire de c individus qui sont alors marqués et remis dans la population. On prélève un deuxième échantillon de taille n et on désigne par m le nombre d'individus marqués recapturés.

**A priori** :

- population fermée (effectif constant)
- tous les animaux ont la même probabilité d'être capturés dans le 1er échantillon
- le marquage n'affecte pas la vulnérabilité
- tout individu marqué recapturé est reconnu comme ayant été marqué.

**1er cas : sondage direct** :

La taille du 2è échantillon est fixée, le nombre de marqués recapturés est aléatoire.

- **tirage exhaustif** : (le tirage modifie les probabilités au cours des épreuves ; par exemple, le nombre de capturés est grand devant la taille de la population)

l'estimation de Chapman donne :

(taille - variance)

$$\begin{cases} \hat{N} = \dfrac{(n+1)(c+1)}{n+1} - 1 \text{ (sans biais)} \\ \hat{V}_{\hat{N}} = \dfrac{(c+1)(n+1)(c-m)(n-m)}{(m+1)^2 \quad (m+2)} \end{cases}$$

- **tirage non exhaustif** :

estimateur de Bailey

$$\begin{cases} \hat{N} = \dfrac{c(n+1)}{m+1} \\ \hat{V}_{\hat{N}} = \dfrac{c^2 \ (n+1)(n-m)}{(m+1)^2 \ (m+2)} \end{cases}$$

**2è cas : sondage inverse** :

La taille du 2è échantillon est aléatoire, le nombre de recapturés marqués est fixe.

- **tirage exhaustif** :

$$\begin{cases} \hat{N} = \dfrac{n \ (c+1)}{m} - 1 \text{ (sans biais)} \\ \hat{V}_{\hat{N}} = \dfrac{(c-m+1)(\hat{N}+1)(\hat{N}-c)}{m \ (c+2)} \text{ (biaisé)} \end{cases}$$

- **tirage non exhaustif** :

$$\begin{cases} \hat{N} = \dfrac{n.c}{m} \text{ (sans biais)} \\ \hat{V}_{\hat{N}} = \dfrac{n.c^2 \ (n-m)}{m^2 \ (m+1)} \text{ (sans biais)} \end{cases}$$

Mode d'emploi du programme PGR 22

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialisation | | CLR<br>P ⇄ S<br>CLR | |
| 3 | Introduire les données :<br>- taille du 1er échantil.<br>- taille du 2è échantillon<br>- nbre de marqués recapt. | <br>c<br>n<br>m | <br>↑<br>↑<br>A | <br><br><br>0.00 |
| 4 | Sondage direct :<br>- tirage exhaustif<br><br>- tirage non exhaustif | | <br>B<br>R/S<br>C<br>R/S | <br>$\hat{N}$<br>$\hat{V}_{\hat{N}}$<br>$\hat{N}$<br>$\hat{V}_{\hat{N}}$ |
| 5 | Sondage indirect<br>- tirage exhaustif<br><br>- tirage non exhaustif | | <br>D<br>R/S<br>E<br>R/S | <br>$\hat{N}$<br>$\hat{V}_{\hat{N}}$<br>$\hat{N}$<br>$\hat{V}_{\hat{N}}$ |

Listing PGR 22 : voir page 58

6.2. Taille $\hat{N}$ d'une population. Méthode de Paloheimo

On utilise les mêmes à priori que pour la méthode de Petersen sauf que la "recapture" est ici une série de recaptures successives.

on a :

- No = effectif de la population au début de l'expérience
- Mo = nombre de marqués initial
- s = nombre de recaptures
- ni = taille du $i^e$ échantillon ($i^e$ recapture)
- mi = nombre de marqués dans la $i^e$ recapture.

l'intervalle de confiance de No est donné par :

$$\frac{Mo \quad \sum ni}{\sum mi \quad \pm \quad t_{(s-1, \alpha/2)} (\hat{\sigma}^2 \quad ni)^{1/2}}$$

avec $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{s - 1} \left[ \sum \frac{mi^2}{ni} - \frac{(\sum mi)^2}{\sum ni} \right]$

et $t_{(s-1, \alpha/2)}$ est le t de Student à (s - 1) ddl et au seuil $\alpha/2$ (on admet une approximation Gaussienne).

Mode d'emploi du programme PGR 23

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Charger le programme | | | |
| 2 | Initialisation | | E | 0.00 |
| 3 | Introduire les couples ni, mi pour i = 1, ..... s. | ni<br>mi | ↑<br>A | <br>i |
| 4 | Résultats : | | B<br>R/S | No inf.<br>No sup. |

Listing PGR 23 : voir page 58

7. SERIES DE FOURIER

Théorie

Une façon de calculer le périodogramme d'une série de données est de développer ses composantes cycliques en une somme de termes périodiques impliquant la combinaison de sinus et de sosinus. Toute oscillation périodique peut donc s'écrire sous la forme d'une somme de sinus et cosinus, qui forment une suite harmonique.

La série, dite de Fourier, s'écrit :

$$f(t) = \frac{a_o}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \; Cos = \frac{2\pi t\,k}{T} + b_k \sin \frac{2\pi t\,k}{T}\right)$$

$$f(t) = \frac{a_o}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \; Cos \left( \frac{2\pi tk}{T} - \theta_k \right)$$

d'où :

$$a_k = \frac{2}{T} \int_o^T f(t) \; Cos \; \frac{2\pi t\,k}{T} \, dt \; ; \; k = 0, 1, 2\ldots$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_o^T f(t) \; \sin \; \frac{2\pi t\,k}{T} \, dt \; ; \; k = 1, 2 \ldots\ldots$$

$$C_k = ( a_k^2 + b_k^2 )^{1/2}$$

$$\theta_k = \tan^{-1} \left( \frac{b_k}{a_k} \right)$$

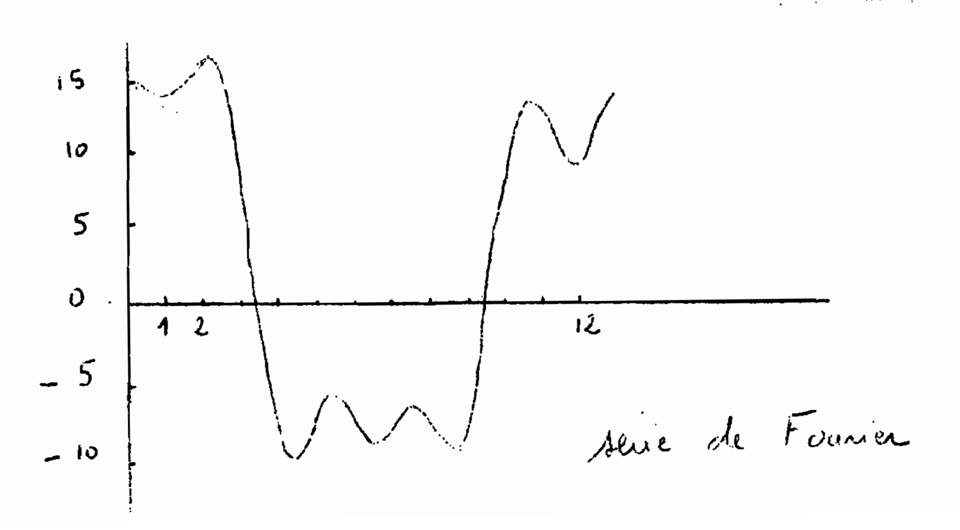
avec T = période de f(t)

Connaissant un nombre N suffisamment élevé de valeurs d'une fonction périodique. ce programme,calcule les coefficients de Fourier à partir de versions discrètes des formules çi-dessus. Dix paires consécutives de coefficients peuvent être calculés à partir de points équi-distants. Les coefficients sont affichables soit sous forme rectangulaire ($a_k$, $b_k$), soit sous forme polaire ($C_k$ , $\theta_k$). La valeur de N doit être choisie supérieure au double du plus grand multiple prévu de la fréquence fondamentale.

Mode d'emploi du programme PGR 24

| N° | INSTRUCTION | DONNEE | TOUCHE | RESULTAT |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Initialisation et choix de représentation :<br>- coordonnées rectangulaires<br>- coordonnées polaires | | <br>D<br>f.d | <br>0.00<br>0.00 |
| 2 | Introduire :<br>- nbre de valeurs de f(t) observés<br>- nbre de fréquences<br>- ordre du 1er coefficient | <br>ni<br>nf<br>no | <br>↑<br>↑<br>C | |
| 3 | Introduire f(t) pour t=1, ... N | f(t) | R/S | t + 1 |
| 4 | Quand t = N, il s'affiche<br>SOL (solution)<br>puis les coefficients :<br>( $a_k$ , $b_k$ (k = 1 .. nf-1)<br>ou (<br>( $c_k$ , $\theta_k$ | | <br><br><br>R/S<br>R/S<br>R/S<br>etc.. | <br>SOL<br>$a_o$<br>$b_o$<br>$a_1$<br>$b_1$ |
| 5 | Pour connaitre la valeur de f(t) à l'instant t, introduire t | t | E | f(t) |

Exemple : calcul d'une représentation discrète en série de Fourier pour la forme d'onde représentée ci-après. Il y a 12 intervalles. On choisit donc 7 fréquences (fondamentale plus 6 harmoniques). L'ordre du 1er coefficient est 0.



on a les valeurs suivantes :

| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(t) | 14.758 | 17.732 | 2 | -12 | - 7.758 | - 11 | - 9.026 |

| t | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| f(t) | - 12 | 2 | 14.268 | 10.026 | 15 |

le programme calcule les coefficients :
(représentation rectangulaire)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a_o$ | = | 4.0000 | $b_o$ | = | 0.0000 |
| $a_1$ | = | 14.9998 | $b_1$ | = | 1.0000 |
| $a_2$ | = | $3 \ 10^{-8}$ | $b_2$ | = | 1.0000 |
| $a_3$ | = | -5.0000 | $b_3$ | = | 1.0000 |
| $a_4$ | = | $3.333 \ 10^{-9}$ | $b_4$ | = | $3.200 \ 10^{-9}$ |
| $a_5$ | = | 3.0002 | $b_5$ | = | $1.4673 \ 10^{-5}$ |
| $a_6$ | = | 0.0000 | $b_6$ | = | $2.359 \ 10^{-8}$ |

$$\text{soit } f(t) = 2 + 15 \cos \frac{2\pi t}{12} + \sin \frac{2\pi t}{12} + \sin \frac{4\pi t}{12}$$

$$- 5 \cos \frac{6\pi t}{12} + \sin \frac{6\pi t}{12} + 3 \cos \frac{10\pi t}{12}$$

listing du PGR 24 : voir page 59

## COMPARAISON DE 2 MOYENNES - N INFERIEUR A 30

```
001 LBLA
002    +
003 LSTX
004 SF0
005 RTN
006 LBLB
007 P   S
008    +
009 LSTX
010 P   S
011 SF0
012 RTN
013 LBLC
014 F0?
015 GSB5
016 GSB8
017 RTN
018 LBL5
019 GSB1
020 P   S
021 GSB1
022 P   S
023 RTN
024 LBL8
025 RCL9
026    1
027    -
028 STO3
029 P   S
030 RCL9
031    1
032    -
033 P   S
034 STO2
035 RCL3
036 X Y?
037 PSE
038 RCL2
039 PSE
040 X V?
041 GSB2
042 RCL1
043    2
044 STO3
045 P   S
046 RCL1
047    2
048 P   S
049 STO2
050 RCL3
051 X Y?
052 X   Y
053    ÷
054 R/S
055 LBL2
056 X   Y
057 PSE
058 RTN
059 LBLD
060 STO8
061 RCL9
062 P   S
063 RCL9
064 P   S
065    +
066    2
067    -
068 STO3
069 GTO7
070 RTN
071 LBL7
072 GSB3
073 P   S
074 GSB3
075 P   S
076    +
077 RCL3
078    ÷
079    X
080 STO5
081 RCL9
082    1/X
083 P   S
084 RCL9
085    1/X
086 P   S
087    +
088    X
089 RCL5
090    X
091    1/X
092 STO5
093 RCLO
094 P   S
095 RCLO
096 P   S
097    -
098 RCL8
099    -
100 ABS
101 RCL5
102    X
103 STO8
104 RCL3
105 R/S
106 RCL8
107 RTN
108 LBL1
109    X̄
110 STO O
111    9
112 STO1
113 RTN
114 LBL3
115 RCL9
116    1
117    -
118 RCL1
119    2
120    X
121 RTN
122 LBL4
123 STO9
124    R
125 STO1
126    R
127 STO0
128 RTN
129 LBLE
130 GSB4
131    0
132 RTN
133 LBLe
134 P   S
135 GSB4
136 P   S
137 CF0
138 RTN
139 LBLd
140 STO8
141 RCL1
142    2
143 RCL9
144    ÷
145 STO5
146 P   S
147 RCL1
148    2
149 RCL9
150    ÷
151 P   S
152 RCL5
153    +
154    1/X
155 RCL5
156    X
157 STO5
158    2
159 RCL9
160    1
161    -
162    ÷
163 STO6
164    1
165 RCL5
166    -
167    2
168 P   S
169 RCL9
170 P   S
171    1
172    -
173    ÷
174 RCL6
175    +
176    1/X
177 INT
178 R/S
179 GSB5
180 P   S
181 GSB5
182 P   S
183    +
184    X
185    1/X
186 STO5
187 RCLO
188 P   S
189 RCLO
190 P   S
191    -
192 ABS
193 RCL8
194    -
195 RCL5
196    X
197 ABS
198 RTN
199 RTN
200 LBLa
201 CLRG
202 P   S
203 CLRG
204 CLX
205 RTN
206 LBL5
207 RCL1
208    2
209 RCL9
210    1
211    -
212    ÷
213 RTN
214 R/S
```

## COMPARAISON DE 2 MOYENNES - N SUPERIEUR A 30

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 033 X | 065 GSB3 | 097 . | 129 R↓ | 161 LBLa |
| 002 Σ+ | 034 STO3 | 066 P⇄S | 098 9 | 130 STO1 | 162 F0? |
| 003 LSTX | 035 RCL2 | 067 GSB3 | 099 6 | 131 R↓ | 163 GSB1 |
| 004 SF0 | 036 2 | 068 P⇄S | 100 X | 132 STO0 | 164 GTO2 |
| 005 RTN | 037 . | 069 + | 101 R/S | 133 RCL1 | 165 RTN |
| 006 LBLB | 038 5 | 070 RCL5 | 102 2 | 134 RCL9 | 166 LBLb |
| 007 P⇄S | 039 8 | 071 ÷ | 103 . | 135 √X | 167 P⇄S |
| 008 Σ+ | 040 X | 072 √X | 104 5 | 136 ÷ | 168 F0? |
| 009 LSTX | 041 STO4 | 073 STO5 | 105 8 | 137 STO2 | 169 GSB1 |
| 010 P⇄S | 042 0 | 074 R/S | 106 RCL5 | 138 GSB8 | 170 GSB2 |
| 011 SF0 | 043 RTN | 075 RCL9 | 107 X | 139 RTN | 171 P⇄S |
| 012 RTN | 044 LBLC | 076 1/X | 108 RTN | 140 LBL6 | 172 RTN |
| 013 LBL1 | 045 STO8 | 077 P⇄S | 109 LBL3 | 141 RCL2 | 173 LBL2 |
| 014 X̄ | 046 F0? | 078 RCL9 | 110 RCL9 | 142 X² | 174 RCL0 |
| 015 STO0 | 047 GSB5 | 079 P⇄S | 111 1 | 143 P⇄S | 175 R/S |
| 016 9 | 048 GSB6 | 080 1/X | 112 - | 144 RCL2 | 176 RCL1 |
| 017 STO1 | 049 RTN | 081 + | 113 RCL1 | 145 P⇄S | 177 R/S |
| 018 P⇄S | 050 LBL5 | 082 √X | 114 x² | 146 X² | 178 RCL3 |
| 019 RCL9 | 051 GSB1 | 083 RCL5 | 115 X | 147 + | 179 R/S |
| 020 √X | 052 P⇄S | 084 X | 116 RTN | 148 √X | 180 RCL4 |
| 021 1/X | 053 GSB1 | 085 STO5 | 117 LBLE | 149 STO6 | 181 R/S |
| 022 X | 054 P⇄S | 086 RCL0 | 118 CF0 | 150 RCL0 | 182 LBLD |
| 023 P⇄S | 055 RTN | 087 P⇄S | 119 GSB4 | 151 P⇄S | 183 CLRG |
| 024 STO2 | 056 LBLe | 088 RCL0 | 120 RTN | 152 RCL0 | 184 P⇄S |
| 025 GSB8 | 057 RCL9 | 089 P⇄S | 121 LBLe | 153 P⇄S | 185 CLRG |
| 026 RTN | 058 P⇄S | 090 - | 122 CF0 | 154 - | 186 CLX |
| 027 LBL8 | 059 RCL9 | 091 ABS | 123 P⇄S | 155 RCL8 | 187 CF0 |
| 028 RCL2 | 060 P⇄S | 092 RCL5 | 124 GSB4 | 156 - | 188 RTN |
| 029 1 | 061 ÷ | 093 ÷ | 125 P⇄S | 157 ABS | |
| 030 . | 062 2 | 094 R/S | 126 RTN | 158 RCL6 | |
| 031 9 | 063 - | 095 RCL5 | 127 LBL4 | 159 ÷ | |
| 032 6 | 064 STO5 | 096 1 | 128 STO9 | 160 RTN | |

## COMPARAISON DE 2 POURCENTAGES OBSERVES PAR LE CALCUL DE LA PROBABILITE EXACTE DU TABLEAU 2 X 2 (UN DES EFFECTIFS AU MOINS EST FAIBLE)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 024 STO7 | 048 RCL1 | 071 RCL1 | 094 9 | 117 STOA |
| 002 STO3 | 025 RCL6 | 049 GSB1 | 072 1 | 095 X⇄Y | 118 RTN |
| 003 R↓ | 026 + | 050 RCL2 | 073 + | 096 X≤Y? | 119 LBL2 |
| 004 STO2 | 027 STO8 | 051 GSB1 | 074 STO1 | 097 GTO2 | 120 RCL9 |
| 005 R↓ | 028 GSB9 | 052 RCL3 | 075 RCL2 | 098 X⇄Y | 121 N! |
| 006 STO1 | 029 GSB8 | 053 GSB1 | 076 1 | 099 2 | 122 LOG |
| 007 R↓ | 030 R/S | 054 RCL8 | 077 + | 100 X | 123 RCLA |
| 008 STO0 | 031 LBL9 | 055 GSB1 | 078 STO2 | 101 Pi | 124 + |
| 009 RCL1 | 032 RCL4 | 056 RCLB | 079 RCL3 | 102 X | 125 STOA |
| 010 + | 033 GSB1 | 057 RCLA | 080 1 | 103 √X | 126 RTN |
| 011 STO4 | 034 RCL5 | 058 - | 081 - | 104 LOG | 127 LBLE |
| 012 RCL2 | 036 RCL6 | 059 $10^x$ | 082 STO3 | 105 STOC | 128 CLRG |
| 013 RCL3 | 037 GSB1 | 060 PSE | 083 RCL0 | 106 RCL9 | 129 P⇄S |
| 014 + | 038 RCL7 | 061 RCLD | 084 X<0? | 107 1 | 130 CLRG |
| 015 STO5 | 039 GSB1 | 062 + | 085 GTOC | 108 $e^x$ | 131 CLX |
| 016 0 | 040 RCLA | 063 STOD | 086 GSB8 | 109 ÷ | 132 ENT↑ |
| 017 RCL0 | 041 STOB | 064 GSB7 | 087 RTN | 110 LOG | 133 ENT↑ |
| 018 RCL2 | 042 RTN | 065 RTN | 088 LBLC | 111 RCL9 | 134 ENT↑ |
| 019 + | 043 LBL8 | 066 LBL7 | 089 RCLD | 112 X | 135 R/S |
| 020 STO6 | 044 0 | 067 RCL0 | 090 R/S | 113 RCLC | |
| 021 RCL1 | 045 STOA | 068 1 | 091 LBL1 | 114 + | |
| 022 RCL3 | 046 RCL0 | 069 - | 092 STO9 | 115 RCLA | |
| 023 + | 047 GSB1 | 070 STO0 | 093 6 | 116 + | |

## CHI-DEUX D'UN TABLEAU 2 X 2 AVEC CORRECTION DE YATES

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 011 STO4 | 021 RCL3 | 031 RCL1 | 041 RCL4 | 051 CLRG |
| 002 STO3 | 012 RCL2 | 022 + | 032 X | 042 ÷ | 052 P⇄S |
| 003 R↓ | 013 RCL3 | 023 STO7 | 033 - | 043 RCL5 | 053 CLRG |
| 004 STO2 | 014 + | 024 RCL6 | 034 RCL8 | 044 ÷ | 054 CLX |
| 005 R↓ | 015 STO5 | 025 + | 035 2 | 045 RCL6 | 055 R/S |
| 006 STO1 | 016 RCLO | 026 STO8 | 036 ÷ | 046 ÷ | |
| 007 R↓ | 017 RCL2 | 027 RCLO | 037 - | 047 RCL7 | |
| 008 STOO | 018 + | 028 RCL3 | 038 $X^2$ | 048 ÷ | |
| 009 RCL1 | 019 STO6 | 029 X | 039 RCL8 | 049 R/S | |
| 010 + | 020 RCL1 | 030 RCL2 | 040 X | 050 LBLE | |

## CHI-DEUX D'UN TABLEAU K x L

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 026 P⇄S | 051 RCLO | 076 GSB9 | 101 R/S | 126 RCLD |
| 002 STOi | 027 DSZI | 052 P⇄S | 077 RTN | 102 CHS | 127 RCLE |
| 003 ISZI | 028 RCLi | 053 RTN | 078 LBL2 | 103 RCLC | 128 RCLO |
| 004 RCLE | 029 ISZI | 054 LBLE | 079 1 | 104 + | 129 X>Y? |
| 005 RCLI | 030 P⇄S | 055 STOE | 080 STOO | 105 $X^2$ | 130 GTOd |
| 006 X>Y? | 031 RTN | 056 R↓ | 081 RTN | 106 RCL1 | 131 RCL9 |
| 007 GTO1 | 032 LBLD | 057 STOD | 082 LBL8 | 107 ÷ | 132 RTN |
| 008 DSZI | 033 GSB1 | 058 1 | 083 RCLO | 108 R/S | 133 LBLd |
| 009 RCLi | 034 GTOc | 059 STOI | 084 STOI | 109 RCLA | 134 RCLC |
| 010 ISZi | 035 RTN | 060 CLX | 085 CFO | 110 + | 135 R/S |
| 011 RTN | 036 LBLc | 061 ENT↑ | 086 RCLi | 111 STOA | 136 RCLD |
| 012 LBL1 | 037 SF2 | 062 ENT↑ | 087 STOB | 112 ISZI | 137 1 |
| 013 1 | 038 RCLi | 063 ENT↑ | 088 1 | 113 RCLD | 138 - |
| 014 STOI | 039 P⇄S | 064 RTN | 089 STOI | 114 RCLI | 139 RCLE |
| 015 SFO | 040 ST+O | 065 LBLe | 090 GSB9 | 115 X>Y? | 140 1 |
| 016 RTN | 041 P⇄S | 066 CLRG | 091 RTN | 116 GTOa | 141 - |
| 017 LBLB | 042 ISZI | 067 P⇄S | 092 LBL9 | 117 RCLC | 142 X |
| 018 P⇄S | 043 RCLE | 068 CLRG | 093 RCLB | 118 RTN | 143 R/S |
| 019 STOi | 044 RCLI | 069 RTN | 094 P⇄S | 119 LBLa | 144 RCLA |
| 020 ISZI | 045 X>Y? | 070 LBLC | 095 RCLi | 120 1 | 145 R/S |
| 021 P⇄S | 046 GTO7 | 071 STOC | 096 X | 121 ST+O | |
| 022 RCLD | 047 GTOc | 072 F2? | 097 RCLO | 122 SFO | |
| 023 RCLI | 048 RTN | 073 GSB2 | 098 ÷ | 123 RCLE | |
| 024 X>Y? | 049 LBL7 | 074 FO? | 099 P⇄S | 124 RCLD | |
| 025 GTOD | 050 P⇄S | 075 GTO8 | 100 STO1 | 125 X>Y? | |

## TEST DE MANN WHITNEY

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLB | 011 X | 021 RCL1 | 031 RCL2 | 041 ÷ | 051 CLX |
| 002 STO2 | 012 2 | 022 RCL2 | 032 + | 042 √X | 052 R/S |
| 003 R↓ | 013 ÷ | 023 X | 033 1 | 043 1/X | 053 LBLA |
| 004 STO1 | 014 + | 024 2 | 034 + | 044 RCL5 | 054 Σ+ |
| 005 RCL2 | 015 P⇄S | 025 ÷ | 035 RCL2 | 045 X | 055 R/S |
| 006 X | 016 RCL4 | 026 CHS | 036 X | 046 R/S | |
| 007 RCL1 | 017 P⇄S | 027 RCL4 | 037 RCL1 | 047 LBLE | |
| 008 1 | 018 - | 028 + | 038 X | 048 CLRG | |
| 009 + | 019 STO4 | 029 STO5 | 039 1 | 049 P⇄S | |
| 010 RCL1 | 020 R/S | 030 RCL1 | 040 2 | 050 CLRG | |

## TEST DE KRUSKAL-WALLIS

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 009 ÷ | 017 CLRG | 025 ÷ | 033 1 | 041 P⇄S |
| 002 Σ+ | 010 P⇄S | 018 P⇄S | 026 RCL1 | 034 + | 042 CLRG |
| 003 R/S | 011 ST+O | 019 O | 027 1 | 035 3 | 043 CLX |
| 004 LBLB | 012 P⇄S | 020 R/S | 028 + | 036 X | 044 R/S |
| 005 P⇄S | 013 RCL9 | 021 LBLC | 029 ÷ | 037 - | |
| 006 RCL4 | 014 P⇄S | 022 1 | 030 RCLO | 038 R/S | |
| 007 $X^2$ | 015 ST+1 | 023 2 | 031 X | 039 LBLE | |
| 008 RCL9 | 016 P⇄S | 024 RCL1 | 032 RCL1 | 040 CLRG | |

## COEFFICIENT DE CORRELATION DES RANGS DE KENDALL

```
001 LBLC
002 Σ+
003 R/S
004 LBLc
005 P⇄S
006 RCL4
007 X²
008 Σ+
009 RCL9
010 P⇄S
011 STO0
012 P⇄S
013 CLRG
014 P⇄S
015 0
016 R/S
016 LBLD
018 RCL4
019 1
020 2
021 X
022 RCL0
023 X²
024 ÷
025 RCL9
026 ÷
027 RCL9
028 X²
029 1
030 -
031 ÷
032 STO1
033 RCL9
034 1
035 +
036 RCL9
037 1
038 -
039 ÷
040 3
041 X
042 CHS
043 RCL1
044 +
045 R/S
046 RCL0
047 X
048 RCL9
049 1
050 -
051 X
052 X
053 R/S
054 RCL9
055 1
056 -
057 R/S
059 LBLE
059 CLRG
060 P⇄S
061 CLRG
062 CLX
063 R/S
```

## TEST D'ADEQUATION A UNE LOI NORMALE

```
001 LBLB
002 STOA
003 R↓
004 STOB
005 R↓
006 STOE
007 1
008 .
009 2
010 8
011 STO9
012 CHS
013 STO1
014 .
015 8
016 4
017 STO8
018 CHS
019 STO2
020 .
021 5
022 2
023 3
024 STO7
025 CHS
026 STO3
027 .
028 2
029 5
030 3
031 STO6
032 CHS
033 STO4
034 0
035 STO3
036 1
037 STOI
038 RCLE
039 1
040 0
041 ÷
042 STOD
043 GTOb
044 RTN
045 LBLb
046 RCLA
047 RCLi
048 X
049 RCLB
050 +
051 STOi
052 ISZI
053 9
054 RCLI
055 X>Y?
056 R/S
057 GTOb
058 RTN
059 LBLE
060 CLRG
061 P⇄S
062 CLRG
063 CLX
064 ENT↑
065 ENT↑
066 ENT↑
067 RTN
068 LBLA
069 STOC
070 9
071 STOI
072 GTOe
073 RTN
074 LBLc
075 RCLi
076 RCL0
077 X>Y?
078 GTOd
079 DSZI
080 RCLI
081 RCLI
082 X=0?
083 GTOd
084 GTOc
085 RTN
086 LBLa
087 RCLI
088 P⇄S
089 1
090 ST+i
091 P⇄S
092 1
093 ST+0
094 RCL0
095 R/S
096 LBLC
097 0
098 STO0
099 STOI
100 GTOe
101 RTN
102 LBLe
103 P⇄S
104 RCLi
105 RCLD
106 -
107 X²
108 P⇄S
109 ST+0
110 ISZI
111 9
112 RCLI
113 X>Y?
114 GTOa
115 GTOe
116 RTN
117 LBLa
118 7
119 PSE
120 RCL0
121 RCLD
122 ÷
123 R/S
```

## FREQUENCES THEORIQUES D'UNE VARIABLE OBSERVEE NORMALE

```
001 LBLA
002 STO7
003 R↓
004 STO9
005 RCL6
006 2
007 ÷
008 RCL9
009 +
010 RCL3
011 -
012 RCL4
013 ÷
014 STO9
015 RCL6
016 2
017 ÷
018 RCL7
019 +
020 RCL3
021 -
022 RCL4
023 ÷
024 STO7
025 RCL9
026 GSB1
027 STO8
028 RCL7
029 GSB1
030 STO7
031 RCL8
032 RCL7
033 -
034 RCL5
035 X
036 RTN
037 LBLB
038 STO6
039 R↓
040 STO4
041 R↓
042 STO3
043 R↓
044 STO5
045 RTN
046 LBL1
047 STO0
048 ABS
049 .
050 2
051 3
052 1
053 6
054 4
055 1
056 9
057 X
058 1
059 +
060 1/X
061 STO1
062 RCL0
063 X²
064 CHS
065 2
066 ÷
067 e^x
068 .
069 3
070 9
071 8
072 9
073 4
074 2
075 3
076 X
077 STO2
078 RCL1
079 1
080 .
081 3
082 3
083 0
084 2
085 7
086 4
087 X
088 1
089 .
090 8
091 2
092 1
093 2
094 5
095 6
096 -
097 RCL1
098 X
099 1
100 .
101 7
102 8
103 1
104 4
105 7
106 8
107 +
108 RCL1
109 X
110 .
111 3
112 5
113 6
114 5
115 6
116 3
117 8
118 -
119 RCL1
120 X
121 .
122 3
123 1
124 9
125 3
126 8
127 1
128 5
129 +
130 RCL1
131 X
132 RCL2
133 X
134 STO2
135 1
136 RCL2
137 -
138 STO2
139 RCL0
140 X<0?
141 GSB2
142 RCL2
143 RTN
144 R/S
145 LBL2
146 1
147 RCL2
148 -
149 STO2
150 RTN
151 LBLE
152 CLRG
153 P⇄S
154 CLRG
155 CLX
156 R/S
```

## TEST D'ADEQUATION A UNE LOI DE POISSON

```
001 LBLA
002 STOA
003 P⇄S
004 ST+9
005  1
006 ST+8
007 P⇄S
008  0
009 STOI
010 GTO1
011 RTN
012 LBL1
013 RCLI
014 RCLA
015 X≤Y?
016 GTOa
017 ISZI
018 GSB1
019 RTN
020 LBLa
021  1
022 ST+i
023 RCLI
024 RCLC
025 X≤Y?
026 RCLI
027 STOC
028 RCLA
029 R/S
030 LBLB
031  0
032 STOI
033 P⇄S
034 RCL9
035 RCL8
036  ÷
037 STOB
038  0
039 STO9
040 P⇄S
041 GSB2
042 RTN
043 LBL2
044 RCLB
045 RCLI
046  Y^X
047 RCLB
048 CHS
049  e^x
050  X
051 RCLI
052 N!
053  ÷
054 P⇄S
055 RCL6
056  X
057 P⇄S
058 STOD
059 RCLI
060 PSE
061 RCLi
062 PSE
063 RCLD
064 PSE
065 CHS
066 RCLi
067  +
068 X^2
069 RCLD
070  ÷
071 P⇄S
072 ST+9
073 P⇄S
074 ISZI
075 RCLC
076 RCLI
077 X>Y?
078 GTO3
079 GSB2
080 RTN
081 LBL3
082 RCLI
083  1
084  -
085 PSE
086 P⇄S
087 RCL9
088 R/S
089 LBLE
090 CLRG
091 P⇄S
092 CLRG
093  0
094 R/S
```

## ADEQUATION A UNE LOI BINOMINALE NEGATIVE (n < 50 AVEC ECHANTILLONS VIDES)

```
001 LBLA
002 STO4
003 R↓
004 STO2
005 CHS
006 RCL4
007  +
008 1/X
009 RCL2
010 X^2
011  X
012 STO1
013 STO6
014  0
015 STO0
016 RCL6
017 R/S
018 LBLB
019 STO8
020 R↓
021 STO7
022 RCL8
023  ÷
024 LOG
025 STO3
026 GTOb
027 R/S
028 LBLb
029 RCL2
030 RCL6
031  ÷
032  1
033  +
034 LOG
035 RCL6
036  X
037 STO5
038 RCL3
039 RCL5
040  -
041 STO9
042 X<0?
043 GTOc
044 GTOd
045 R/S
046 LBLc
047 GSB1
048 RCL6
049 STO1
050 RCL0
051  +
052  2
053  ÷
054 STO6
055 GTOb
056 R/S
057 LBLd
058 GSB1
059 RCL6
060 STO0
061 RCL1
062  +
063  2
064  ÷
065 STO6
066 GTOb
067 R/S
068 LBL1
069  •
070  0
071  0
072  0
073  1
074 RCL9
075 ABS
076 X≤Y?
077 GTOe
078 RTN
079 R/S
080 LBLe
081 RCL6
082 R/S
083 LBLC
084 RCL2
085 X^2
086 RCL6
087  ÷
088 RCL2
089  +
090 CHS
091 RCL4
092  +
093 R/S
094 LBLE
095 CLRG
096 P⇄S
097 CLRG
098 CLX
099 R/S
```

## ADEQUATION A UNE LOI BINOMINALE NEGATIVE (n < 50 - PAS D'ECHANTILLONS VIDES)

```
001 LBLA
002 STO0
003  3
004 Y^X
005 P⇄S
006 ST+1
007 P⇄S
008 RCL0
009 Σ+
010 R/S
011 LBLB
012 DSP4
013  x̄
014 P⇄S
015 STO2
016 P⇄S
017 PSE
018  s
019 X^2
020 R/S
021 P⇄S
022 STO3
023 RCL9
024  ÷
025 CHS
026 RCL2
027 X^2
028  +
029 STO8
030 RCL3
031 RCL2
032  -
033 1/X
034 RCL8
035  X
036 P⇄S
037 STO0
038 R/S
039 P⇄S
040 RCL3
041  2
042  X
043 RCL2
044  ÷
045  1
046  -
047 RCL3
048  X
049 STO8
050 RCL1
051 RCL5
052 RCL2
053  X
054  3
055  X
056  -
057 RCL4
058 RCL2
059 X^2
060  X
061  2
062  X
063  +
064 RCL9
065  ÷
066 RCL8
067  -
068 R/S
069 LBLC
070 RCL0
071  2
072  ÷
073  +
074 LOG
075 PSE
076 Σ+
077 R/S
078 LBLD
079 STO1
080  •
081  3
082  7
083  5
084  +
085 RCL0
086  •
087  7
088  5
089  -
090  ÷
091 √X
092 STO2
093 X^2
094  1
095  +
096 √X
097 RCL2
098  +
099 LN
100 PSE
101 Σ+
102 R/S
103 LBLE
104 P⇄S
105 CLRG
106 P⇄S
107 R/S
108 LBLe
109 CLX
110 CLRG
111 GTOE
112 R/S
```

## ADEQUATION A UNE LOI BINOMINALE NEGATIVE (n QUELCONQUE) PAR UN TEST DE $X^2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLa | 032 - | 063 R/S | 094 X | 125 LBLD | 156 LBL2 |
| 002 STOC | 033 STO1 | 064 LBLC | 095 RCL2 | 126 STO8 | 157 RCL8 |
| 003 R↓ | 034 RCLE | 065 RCLB | 096 RCL1 | 127 ISZI | 158 RCL2 |
| 004 STOB | 035 . | 066 RCL1 | 097 - | 128 RCLI | 159 - |
| 005 R↓ | 036 1 | 067 ÷ | 098 X | 129 1 | 160 $x^2$ |
| 006 STOA | 037 + | 068 1 | 099 RCL1 | 130 X=Y? | 161 RCL2 |
| 007 STOD | 038 STO2 | 069 + | 100 + | 131 GTO2 | 162 ÷ |
| 008 GTO1 | 039 RCLE | 070 LN | 101 STO0 | 132 RCLI | 163 ST+7 |
| 009 R/S | 040 R/S | 071 RCLA | 102 RCLB | 133 RCL0 | 164 RCL2 |
| 010 LBLA | 041 LBLB | 072 X | 103 RCL0 | 134 + | 165 ST+3 |
| 011 $\bar{X}$ | 042 STO3 | 073 RCL9 | 104 ÷ | 135 2 | 166 R/S |
| 012 STOB | 043 R↓ | 074 - | 105 1 | 136 - | 167 LBLe |
| 013 s | 044 STO4 | 075 STO5 | 106 + | 137 RCLI | 168 CLRG |
| 014 STOC | 045 RCLD | 076 RCLB | 107 RCL0 | 138 1 | 169 P⇄S |
| 015 P⇄S | 046 RCL3 | 077 RCL2 | 108 $Y^x$ | 139 - | 167 CLRG |
| 016 RCL9 | 047 - | 078 ÷ | 109 1/X | 140 ÷ | 171 CLX |
| 017 P⇄S | 048 STOD | 079 1 | 110 RCLA | 141 RCL1 | 172 R/S |
| 018 STOA | 049 RCL1 | 080 + | 111 X | 142 X | 173 LBLE |
| 019 STOD | 050 RCL4 | 081 LN | 112 STO2 | 143 RCL2 | 174 STO8 |
| 020 LBL1 | 051 + | 082 RCLA | 113 0 | 144 X | 175 RCLA |
| 021 RCLC | 052 ÷ | 083 X | 114 STOI | 145 STO2 | 176 RCL3 |
| 022 $x^2$ | 053 ST+9 | 084 RCL8 | 115 STO3 | 146 ST+3 | 177 - |
| 023 RCLB | 054 RCLD | 085 - | 116 RCLB | 147 RCL8 | 178 ABS |
| 024 - | 055 RCL2 | 086 STO6 | 117 RCL0 | 148 RCL2 | 179 STO4 |
| 025 1/X | 056 RCL4 | 087 ABS | 118 + | 149 - | 180 RCL8 |
| 026 RCLB | 057 + | 088 RCL5 | 119 1/X | 150 $x^2$ | 181 - |
| 027 $x^2$ | 058 ÷ | 089 ABS | 120 RCLB | 151 RCL2 | 182 $x^2$ |
| 028 X | 059 ST+8 | 090 + | 121 X | 152 ÷ | 183 RCL4 |
| 029 STOE | 060 RCL4 | 091 1/X | 122 STO1 | 153 ST+7 | 184 ÷ |
| 030 . | 061 1 | 092 RCL5 | 123 RCL0 | 154 RCL2 | 185 ST+7 |
| 031 1 | 062 + | 093 ABS | 124 R/S | 155 RTN | 186 RCL7 |
| | | | | | 187 R/S |

## REGRESSION LINEAIRE Y = a + bx Log Y = a + bx

```
001 LBLA
002 STO1
003 X⇄Y
004 STO0
005 Σ+
006 RCL1
007 LN
008 RCL0
009 P⇄S
010 Σ+
011 P⇄S
012 RTN
013 LBLB
014 x̄
015 P⇄S
016 STO0
017 X⇄Y
018 STO2
019 RCL8
020 RCL4
021 RCL6
022 X
023 RCL9
024 ÷
025 -
026 ENT↑
027 ENT↑
028 RCL4
029 X^2
030 RCL9
031 ÷
032 RCL5
033 X⇄Y
034 -
035 ÷
036 STO3
037 X
038 RCL6
039 X^2
040 RCL9
041 ÷
042 CHS
043 RCL7
044 +
045 ÷
046 STOC
047 √X
048 STOD
049 RCL3
050 X<0?
051 GSB1
052 RCLD
053 R/S
054 RCLC
055 R/S
056 RCL6
057 RCL4
058 RCL3
059 X
060 -
061 RCL9
062 ÷
063 STO1
064 R/S
065 RCL3
066 R/S
067 LBL1
068 RCLD
069 CHS
070 STOD
071 RTN
072 LBLC
073 SF2
074 GSB4
075 GSB4
076 RTN
077 LBL4
078 RCLD
079 1
080 +
081 RCLD
082 CHS
083 1
084 +
085 ÷
086 LN
087 2
088 ÷
089 STOA
090 RCL9
091 3
092 -
093 √X
094 1/X
095 2
096 X
097 F2?
098 CHS
099 RCLA
100 +
101 2
102 X
103 e^x
104 STOA
105 1
106 -
107 RCLA
108 1
109 +
110 ÷
111 R/S
112 RTN
113 LBLc
114 RCLD
115 X^2
116 RCLD
117 X^2
118 CHS
119 1
120 +
121 ÷
122 RCL9
123 2
124 -
125 X
126 √X
127 RTN
128 LBLD
129 RCL4
130 X^2
131 RCL9
132 ÷
133 CHS
134 RCL5
135 +
136 RCL9
137 X
138 1/X
139 RCL5
140 X
141 STOE
142 GSB6
143 RCLE
144 X
145 √X
146 RTN
147 LBLd
148 0
149 STOI
150 GSB5
151 √X
152 STOE
153 GSB6
154 √X
155 RCLE
156 ÷
157 RTN-
158 LBL5
159 RCLi
160 ISZI
161 ISZI
162 ISZI
163 ISZI
164 RCLi
169 +
170 RTN
171 LBL6
172 0
173 STOI
174 GSB5
175 RCL3
176 X^2
177 X
178 STOA
179 2
180 STOI
181 GSB5
182 RCLA
183 -
184 RCL9
185 2
186 -
187 ÷
188 RTN
189 LBL7
190 RCL0
191 X^2
192 RCL9
193 X
194 STOA
195 0
196 STOI
197 GSB5
198 1/X
199 RCLA
200 X
201 STOA
202 RCL9
203 1/X
204 +
205 √X
206 RTN
207 LBLE
208 RCL1
209 -
210 ABS
211 STOB
212 GSBD
213 LBLb
214 1/X
215 RCLB
216 X
217 R/S
218 LBLe
219 RCL3
220 -
221 ABS
222 STOB
223 GTOb
```

## TEST D'IDENTITE DE 2 MODELES LINEAIRES SIMPLES

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 036 RCL6 | 071 RCL6 | 106 RCLi | 141 RCLE | 176 √X |
| 002 STO1 | 037 X | 072 RCL4 | 107 X | 142 X | 177 STOA |
| 003 X⇄Y | 038 RCL9 | 073 RCL3 | 108 CHS | 143 R/S | 178 GSB6 |
| 004 STO0 | 039 ÷ | 074 X | 109 ISZI | 144 P⇄S | 179 RCL9 |
| 005 Σ+ | 040 - | 075 - | 110 RCLi | 145 R/S | 180 2 |
| 006 F0? | 041 ENT↑ | 076 RCL9 | 111 + | 146 LBLD | 181 - |
| 007 GTOb | 042 ENT↑ | 077 ÷ | 112 RTN | 147 P⇄S | 182 ÷ |
| 008 RTN | 043 RCL4 | 078 STO1 | 113 LBL1 | 148 RCL4 | 183 √X |
| 009 LBLb | 044 $X^2$ | 079 R/S | 114 RCLD | 149 $X^2$ | 184 RCLA |
| 010 RCL1 | 045 RCL9 | 080 RCL3 | 115 CHS | 150 RCL9 | 185 ÷ |
| 011 RCL0 | 046 ÷ | 081 R/S | 116 STOD | 151 ÷ | 186 P⇄S |
| 012 P⇄S | 047 RCL5 | 082 GSB6 | 117 RTN- | 152 CHS | 187 RTN |
| 013 Σ+ | 048 X⇄Y | 083 R/S | 118 LBLC | 153 RCL5 | 188 LBLE |
| 014 P⇄S | 049 - | 084 P⇄S | 119 P⇄S | 154 + | 189 P⇄S |
| 015 RTN | 050 ÷ | 085 RTN | 120 GSB4 | 155 RCL9 | 190 RCL1 |
| 016 LBLa | 051 STO3 | 086 LBL6 | 121 STOB | 156 X | 191 P⇄S |
| 017 CF0 | 052 X | 087 0 | 122 P⇄S | 157 1/X | 192 - |
| 018 CLX | 053 RCL6 | 088 STOI | 123 GSB4 | 158 RCL5 | 193 ABS |
| 019 CLRG | 054 $X^2$ | 089 GSB5 | 124 STOC | 159 X | 194 STOB |
| 020 P⇄S | 055 RCL9 | 090 RCL3 | 125 RCLB | 160 STOA | 195 GSBD |
| 021 CLRG | 056 ÷ | 091 $X^2$ | 126 RCLA | 161 GSB6 | 196 LBLc |
| 022 RTN | 057 CHS | 092 X | 127 + | 162 RCL9 | 197 1/X |
| 023 LBLB | 058 RCL7 | 093 STOE | 128 STOE | 163 2 | 198 RCLB |
| 024 GSB4 | 059 + | 094 2 | 129 CHS | 164 - | 199 X |
| 025 STOA | 060 ÷ | 095 STOI | 130 RCLC | 165 ÷ | 200 R/S |
| 026 SF0 | 061 STOC | 096 GSB5 | 131 + | 166 RCLA | 201 LBLe |
| 027 RTN | 062 √X | 097 RCLE | 132 RCLE | 167 X | 202 P⇄S |
| 028 LBL4 | 063 STOD | 098 - | 133 ÷ | 168 √X | 203 RCL3 |
| 029 $\bar{X}$ | 064 RCL3 | 099 RTN | 134 STOE | 169 P⇄S | 204 P⇄S |
| 030 P⇄S | 065 X<0? | 100 LBL5 | 135 P⇄S | 170 RTN | 205 - |
| 031 STO0 | 066 GSB1 | 101 RCLi | 136 RCL9 | 171 LBLd | 206 ABS |
| 032 X⇄Y | 067 RCLD | 102 ISZI | 137 4 | 172 P⇄S | 207 STOB |
| 033 STO2 | 068 R/S | 103 ISZI | 138 - | 173 0 | 208 GSBd |
| 034 RCL8 | 069 RCLC | 104 ISZI | 139 2 | 174 STOI | 209 GTOc |
| 035 RCL4 | 070 R/S | 105 ISZI | 140 ÷ | 175 GSB5 | 210 R/S |

## TEST DE $X^2$ DE BARTLETT

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 016 RCL1 | 031 LBLB | 046 RCL9 | 061 R/S | 076 RCL0 |
| 002 STO1 | 017 X | 032 RCL6 | 047 1 | 062 LBLC | 077 X |
| 003 X⇄Y | 018 P⇄S | 033 RCL2 | 048 - | 063 Σ+ | 078 STO5 |
| 004 STO0 | 019 + | 034 ÷ | 049 3 | 064 R/S | 079 GTOa |
| 005 X | 020 P⇄S | 035 LN | 050 X | 065 LBLc | 080 R/S |
| 006 STO5 | 021 RCL1 | 036 RCL2 | 051 ÷ | 066 8 | 081 LBLE |
| 007 GTOa | 022 ST+2 | 037 X | 052 1 | 067 $X^2$ | 082 CLRG |
| 008 R/S | 023 RCL1 | 038 RCL4 | 053 + | 068 PSE | 083 P⇄S |
| 009 LBLa | 024 1/X | 039 - | 054 1/X | 069 STO0 | 084 CLRG |
| 010 RCL5 | 025 ST+3 | 040 STO5 | 055 RCL5 | 070 P⇄S | 085 CLX |
| 011 P⇄S | 026 P⇄S | 041 RCL2 | 056 X | 071 RCL9 | 086 R/S |
| 012 ST+6 | 027 CLRG | 042 1/X | 057 R/S | 072 P⇄S | |
| 013 P⇄S | 028 P⇄S | 043 CHS | 058 RCL9 | 073 1 | |
| 014 RCL0 | 029 RCL9 | 044 RCL3 | 059 1 | 074 - | |
| 015 LN | 030 R/S | 045 + | 060 - | 075 STO1 | |

## ANALYSE DE VARIANCE A UNE VOIE

```
001 LBLA
002 STO1
003 Σ+
004 RCL1
005 RCLD
006 +
007 STOD
008 RCLE
009 1
010 +
011 STOE
012 RCL1
013 X2
014 RCLC
015 +
016 STOC
017 RCLE
018 RTN
019 LBLa
020 P⇄S
021 RCL4
022 X2
023 RCL9
024 ÷
025 RCLA
026 +
027 STOA
028 P⇄S
029 X̄
030 STOi
031 ISZI
032 P⇄S
033 0
034 STO4
035 STO9
036 P⇄S
037 RCLB
038 1
039 +
040 STOB
041 RTN
042 LBLB
043 P⇄S
044 RCLD
045 X2
046 RCLE
047 ÷
048 CHS
049 RCLA
050 +
051 STO4
052 R/S
053 RCLC
054 RCLA
055 -
056 STO6
057 R/S
058 1/X
059 RCL4
060 X
061 STO5
062 RCL4
063 RCL6
064 +
065 STO7
066 R/S
067 RCLE
068 RCLB
069 -
070 STO8
071 RCLB
072 1
073 -
074 STO9
075 ÷
076 RCL5
077 X
078 STO5
079 RCL9
080 R/S
081 RCL8
082 R/S
083 RCL5
084 P⇄S
085 R/S
086 LBLC
087 STOA
088 R↓
089 STOB
090 R↓
091 STOC
092 R↓
093 STOD
094 STOI
095 RCLi
096 X⇄Y
097 R↓
098 -
099 ABS
100 R/S
101 LBLc
102 STOB
103 P⇄S
104 RCLA
105 1/X
106 RCL0
107 1/X
108 +
109 RCLB
110 X
111 RCL9
112 X
113 RCL6
114 RCL8
115 ÷
116 X
117 √X
118 R/S
119 LBLE
120 CLRG
121 P⇄S
122 CLRG
123 CLX
124 R/S
```

## ANALYSE DE LA VARIANCE A 2 VOIES

```
001 LBLA
002 STO0
003 Σ+
004 RCL0
005 P⇄S
006 Σ+
007 P⇄S
008 RTN
009 LBLa
010 P⇄S
011 RCL4
012 X2
013 ST+3
014 1
015 ST+0
016 STO8
017 0
018 STO9
019 STO4
020 P⇄S
021 RTN
022 LBLB
023 X2
024 ST+1
025 1
026 ST+2
027 RTN
028 LBLC
029 RCL4
030 X2
031 RCL9
032 ÷
033 STO0
034 RCL5
035 RCL0
036 -
037 STO5
038 R/S
039 P⇄S
040 RCL3
041 P⇄S
042 RCL2
043 ÷
044 RCL0
045 -
046 STO3
047 R/S
048 P⇄S
049 RCL0
050 1
051 -
052 STO8
053 P⇄S
054 R/S
055 RCL1
056 P⇄S
057 RCL0
058 P⇄S
059 ÷
060 RCL0
061 -
062 STO4
063 R/S
064 RCL2
065 1
066 -
067 STO2
068 R/S
069 RCL5
070 RCL3
071 -
072 RCL4
073 -
074 R/S
075 STO6
076 RCL2
077 P⇄S
078 RCL8
079 P⇄S
080 X
081 STO7
082 R/S
083 RCL6
084 RCL7
085 ÷
086 STO8
087 RCL3
088 P⇄S
089 RCL8
090 P⇄S
091 ÷
092 RCL8
093 ÷
094 R/S
095 RCL7
096 R/S
097 P⇄S
098 RCL8
099 P⇄S
100 R/S
101 RCL4
102 RCL2
103 ÷
104 RCL8
105 ÷
106 R/S
107 RCL7
108 R/S
109 RCL2
110 R/S
111 LBLE
112 CLRG
113 P⇄S
114 CLRG
115 CLX
116 R/S
```

ANALYSE DE LA VARIANCE : PLAN FACTORIEL DISPOSE EN BLOCS (CAS GENERAL)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLA | 038 STO3 | 075 CLRG | 112 ÷ | 149 RCL2 | 186 - |
| 002 STOE | 039 $X^2$ | 076 STO2 | 113 RCL2 | 150 X | 187 GSB3 |
| 003 RCLA | 040 RCLE | 077 R↓ | 114 ÷ | 151 1 | 188 P⇄S |
| 004 + | 041 + | 078 STO1 | 115 RCL8 | 152 - | 189 RCL1 |
| 005 STOA | 042 STOE | 079 R↓ | 116 - | 153 X | 190 P⇄S |
| 006 RCLE | 043 RCL3 | 080 STO0 | 117 STO4 | 154 R/S | 191 R/S |
| 007 RCLB | 044 RCL4 | 081 R/S | 118 RCL8 | 155 ÷ | 192 RCL2 |
| 008 + | 045 + | 082 LBLD | 119 RCL0 | 156 STOI | 193 1 |
| 009 STOB | 046 STO4 | 083 RCLA | 120 ÷ | 157 R/S | 194 - |
| 010 RCLE | 047 ISZI | 084 $X^2$ | 121 RCL1 | 158 RCL7 | 195 GSB3 |
| 011 $X^2$ | 048 RCL1 | 085 RCL0 | 122 ÷ | 159 R/S | 196 P⇄S |
| 012 RCLC | 049 RCLI | 086 ÷ | 123 RCL8 | 160 RCL0 | 197 RCL0 |
| 013 + | 050 X=Y? | 087 RCL1 | 124 - | 161 RCL1 | 198 P⇄S |
| 014 STOC | 051 GTO2 | 088 ÷ | 125 P⇄S | 162 X | 199 R/S |
| 015 ISZI | 052 RTN | 089 RCL2 | 126 STO1 | 163 RCL2 | 200 RCL1 |
| 016 RCL2 | 053 LBL2 | 090 ÷ | 127 P⇄S | 164 X | 201 1 |
| 017 RCL1 | 054 RCL4 | 091 STO8 | 128 RCL5 | 165 1 | 202 - |
| 018 X | 055 $X^2$ | 092 RCLC | 129 RCL4 | 166 - | 203 RCL2 |
| 019 RCLI | 056 RCLB | 093 RCL8 | 130 - | 167 R/S | 204 1 |
| 020 X=Y? | 057 + | 094 - | 131 P⇄S | 168 RCL6 | 205 - |
| 021 GTO1 | 058 STOB | 095 STO7 | 132 RCL1 | 169 R/S | 206 X |
| 022 RTN | 059 0 | 096 RCLD | 133 P⇄S | 170 RCL0 | 207 GSB3 |
| 023 LBL1 | 060 STOI | 097 RCL1 | 134 - | 171 1 | 208 R/S |
| 024 RCLB | 061 STO4 | 098 ÷ | 135 P⇄S | 172 - | 209 LBL3 |
| 025 $X^2$ | 062 RCL1 | 099 RCL2 | 136 STO0 | 173 GSB3 | 210 R/S |
| 026 RCLD | 063 R/S | 100 ÷ | 137 P⇄S | 174 RCL5 | 211 ÷ |
| 027 + | 064 LBLC | 101 RCL8 | 138 RCL7 | 175 R/S | 212 R/S |
| 028 STOD | 065 $X^2$ | 102 - | 139 RCL6 | 176 RCL1 | 213 RCLI |
| 029 0 | 066 RCL9 | 103 STO6 | 140 - | 177 RCL2 | 214 ÷ |
| 030 STOI | 067 + | 104 RCLE | 141 RCL5 | 178 X | 215 R/S |
| 031 STOB | 068 STO9 | 105 RCL0 | 142 - | 179 1 | |
| 032 STOE | 069 ISZI | 106 ÷ | 143 STO3 | 180 - | |
| 033 RCL1 | 070 RCLI | 107 RCL8 | 144 R/S | 181 GSB3 | |
| 034 RCL2 | 071 R/S | 108 - | 145 RCL0 | 182 RCL4 | |
| 035 X | 072 LBLE | 109 STO5 | 146 1 | 183 R/S | |
| 036 RTN | 073 CLRG | 110 RCL9 | 147 - | 184 RCL1 | |
| 037 LBLB | 074 P⇄S | 111 RCL0 | 148 RCL1 | 185 1 | |

## ANALYSE DE VARIANCE : CARRE-LATIN

```
001 LBLA
002 RCL4
003 X²
004 RCL9
005 X²
006 ÷
007 STO5
008 CHS
009 RCL3
010 +
011 STO6
012 R/S
013 0
014 STOI
015 LBL1
016 RCLi
017 RCL9
018 ÷
019 RCL5
020 -
021 STOi
022 R/S
023 RCL9
024 1
025 -
026 R/S
027 ÷
028 R/S
029 P⇄S
030 STOi
031 P⇄S
032 ISZI
033 RCLI
034 3
035 X=Y?
036 GSB2
037 GSB1
038 LBL2
039 0
040 STOI
041 LBL3
042 LBLi
043 ST+7
044 ISZI
045 RCLI
046 3
047 X=Y?
048 GSB4
049 GSB3
050 LBL4
051 RCL6
052 RCL7
053 -
054 R/S
055 RCL9
056 1
057 -
058 RCL9
059 2
060 -
061 X
062 R/S
063 ÷
064 R/S
065 STO8
066 0
067 STOI
068 LBL5
069 P⇄S
070 RCLi
071 P⇄S
072 RCL8
073 ÷
074 R/S
075 STO0
076 ISZI
077 RCLI
078 3
079 X≠Y?
080 GTO5
081 RCL0
082 R/S
083 LBLE
084 CLRG
085 P⇄S
086 CLRG
087 STO9
088 R/S
089 LBLB
090 STOA
091 X²
092 ST+3
093 RCLA
094 ST+4
095 R/S
096 LBLC
097 X²
098 ST+i
099 1
100 ST+8
101 RCL9
102 RCL8
103 X=Y?
104 GTOc
105 R/S
106 LBLc
107 ISZI
108 0
109 STO8
110 RCL9
111 R/S
```

## ESTIMATION DE LA TAILLE D'UNE POPULATION PAR LA METHODE DE PALOHEIMO

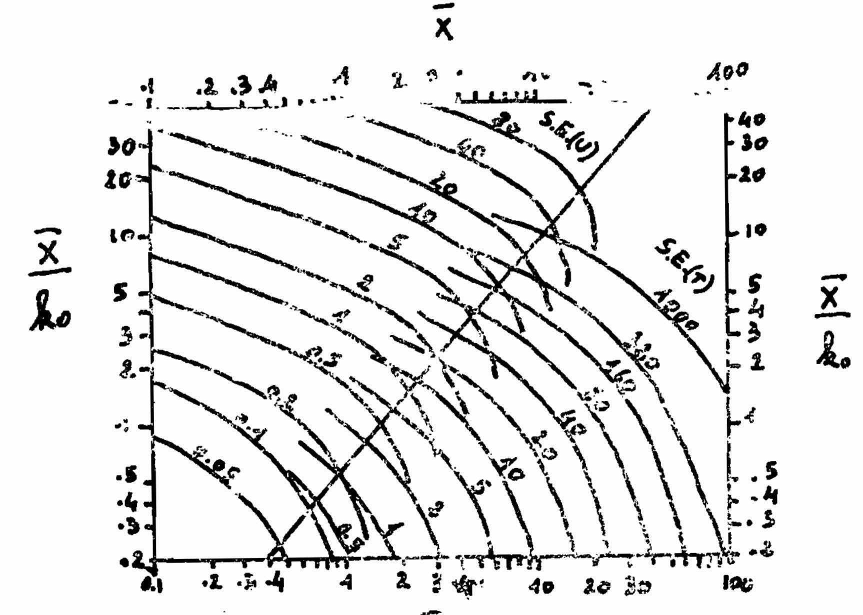
```
001 LBLA
002 STO0
003 R↓
004 STO1
005 RCL0
006 P⇄S
007 Σ+
008 P⇄S
009 RCL0
010 X²
011 RCL1
012 ÷
013 ST+2
014 RCL9
015 R/S
016 LBLB
017 STO8
018 R↓
019 STO3
020 RCL2
021 RCL4
022 X²
023 RCL6
024 ÷
025 -
026 RCL9
027 1
028 -
029 ÷
030 STO5
031 RCL6
032 X
033 √X
034 RCL8
035 X
036 STO7
037 RCL4
038 +
039 STO0
040 RCL4
041 RCL7
042 -
043 STO1
044 RCL3
045 RCL6
046 X
047 STO7
048 RCL0
049 ÷
050 R/S
051 RCL7
052 RCL1
053 ÷
054 R/S
055 LBLE
056 CLRG
057 P⇄S
058 CLRG
059 CLX
060 R/S
```

## ESTIMATION DE LA TAILLE D'UNE POPULATION PAR LA METHODE DE PETERSEN

```
001 LBLA
002 STO3
003 R↓
004 STO2
005 R↓
006 STO1
007 1
008 +
009 STO5
010 RCL2
011 1
012 +
013 STO4
014 RCL5
015 X
016 STO9
017 RCL3
018 1
019 +
020 STO6
021 1
022 +
023 RCL6
024 X²
025 X
026 STO0
027 RCL2
028 RCL3
029 -
030 STO7
031 0
032 R/S
033 LBLB
034 RCL9
035 RCL6
036 ÷
037 1
038 -
039 R/S
040 RCL1
041 RCL3
042 -
043 RCL9
044 X
045 RCL7
046 X
047 RCL0
048 ÷
049 RTN
050 LBLC
051 RCL4
052 RCL1
053 X
054 RCL6
055 ÷
056 R/S
057 RCL1
058 X²
059 RCL4
060 RCL7
061 X
062 X
063 RCL0
064 ÷
065 RTN
066 LBLD
067 RCL2
068 RCL5
069 X
070 RCL3
071 ÷
072 1
073 -
074 STO8
075 R/S
076 RCL1
077 RCL3
078 -
079 1
080 +
081 RCL8
082 1
083 +
084 X
085 RCL8
086 RCL1
087 -
088 X
089 RCL3
090 ÷
091 RCL1
092 2
093 +
094 ÷
095 RTN
096 LBLE
097 RCL2
098 RCL1
099 X
100 RCL3
101 ÷
102 STO9
103 R/S
104 RCL9
105 RCL1
106 X
107 RCL7
108 X
109 RCL3
110 ÷
111 RCL6
112 ÷
113 R/S
```

# SERIES DE FOURIER

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 001 LBLC | 029 X⇄Y | 057 2 | 085 DSZI | 113 PI | 141 5 |
| 002 STOD | 030 P→R | 058 CHS | 086 GTO2 | 114 X | 142 RTN |
| 003 R↓ | 031 ST+i | 059 ÷ | 087 RTN | 115 RCLO | 143 LBLD |
| 004 STOB | 032 X⇄Y | 060 RCLD | 088 LBL3 | 116 X | 144 CF1 |
| 005 2 | 033 DSZI | 061 + | 089 X⇄Y | 117 RCLE | 145 LBLO |
| 006 X | 034 ST+i | 062 RTN | 090 R→P | 118 ÷ | 146 CLRG |
| 007 STOB | 035 RCLC | 063 LBLA | 091 2 | 119 1 | 147 P⇄S |
| 008 R↓ | 036 ENT↑ | 064 DSP4 | 092 RCLE | 120 FO? | 148 CLRG |
| 009 STOE | 037 DSZI | 065 CF1 | 093 ÷ | 121 GSB8 | 149 CLX |
| 010 1 | 038 GTO1 | 066 RCLB | 094 X | 122 P→R | 150 RAD |
| 011 STOO | 039 1 | 067 STOI | 095 R/S | 123 RCLi | 151 R/S |
| 012 LBL5 | 040 STO+O | 068 LBL2 | 096 X⇄Y | 124 X | 152 LBLd |
| 013 RCLO | 041 RCLE | 069 RCLi | 097 R/S | 125 X⇄Y | 153 SF1 |
| 014 R/S | 042 RCLO | 070 DSZI | 098 DSZI | 126 DSZI | 154 GTOO |
| 015 STOC | 043 X≤Y? | 071 RCLi | 099 GTO2 | 127 RCLi | 155 R/S |
| 016 RCLB | 044 GTO5 | 072 F1? | 100 RTN | 128 X | 156 LBL9 |
| 017 STOI | 045 GTO9 | 073 GTO3 | 101 LBLE | 129 + | 157 5 |
| 018 LBL1 | 046 R/S | 074 2 | 102 CFO | 130 RCLE | 158 0 |
| 019 CLX | 047 LBLB | 075 RCLE | 103 STOO | 131 ÷ | 159 I |
| 020 RCLO | 048 DSP4 | 076 ÷ | 104 RCLB | 132 2 | 160 f-x- |
| 021 GSB7 | 049 SF1 | 077 X | 105 STOI | 133 X | 161 F1? |
| 022 RCLE | 050 RCLB | 078 X⇄Y | 106 CLX | 134 + | 162 GTOB |
| 023 ÷ | 051 STOI | 079 LastX | 107 LBL6 | 135 DSZI | 163 GTOA |
| 024 X | 052 GTO2 | 080 X | 108 GSB7 | 136 GTO6 | 164 R/S |
| 025 2 | 053 LBL7 | 081 LBL4 | 109 X=0? | 137 R/S | |
| 026 X | 054 RCLI | 082 R/S | 110 SFO | 138 R/S | |
| 027 PI | 055 RCLB | 083 X⇄Y | 111 2 | 139 LBL8 | |
| 028 X | 056 - | 084 R/S | 112 X | 140 • | |




Erreurs standart (S.E.) de T et U pour n = 100. Pour d'autres valeurs de n, multiplier le S.E. de l'abaque par $\frac{10}{\sqrt{n}}$

## EXPECTED VARIANCE OF TRANSFORMED COUNTS FROM A NEGATIVE BINOMIAL

| 0·1886 trigamma $k$ for $\bar{x} \geq 15$ | | 0·25 trigamma $k$ for $\bar{x} \geq 4$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k$ | | $k$ | | $k$ | | $k$ | |
| 2·0 | 0·1216 | 2·0 | 0·1612 | 6·5 | 0·0416 | 12·0 | 0·0217 |
| 2·1 | 0·1145 | 2·1 | 0·1517 | 6·6 | 0·0409 | 12·2 | 0·0214 |
| 2·2 | 0·1081 | 2·2 | 0·1432 | 6·7 | 0·0402 | 12·4 | 0·0210 |
| 2·3 | 0·1023 | 2·3 | 0·1356 | 6·8 | 0·0396 | 12·6 | 0·0207 |
| 2·4 | 0·0972 | 2·4 | 0·1288 | 6·9 | 0·0390 | 12·8 | 0·0203 |
| 2·5 | 0·0925 | 2·5 | 0·1226 | 7·0 | 0·0384 | 13·0 | 0·0200 |
| 2·6 | 0·0882 | 2·6 | 0·1170 | 7·1 | 0·0378 | 13·2 | 0·019 |
| 2·7 | 0·0843 | 2·7 | 0·1118 | 7·2 | 0·0373 | 13·4 | 0·0194 |
| 2·8 | 0·0808 | 2·8 | 0·1071 | 7·3 | 0·0367 | 13·6 | 0·0191 |
| 2·9 | 0·0775 | 2·9 | 0·1028 | 7·4 | 0·0362 | 13·8 | 0·0188 |
| 3·0 | 0·0745 | 3·0 | 0·0987 | 7·5 | 0·0357 | 14·0 | 0·0185 |
| 3·1 | 0·0717 | 3·1 | 0·0950 | 7·6 | 0·0352 | 14·2 | 0·0183 |
| 3·2 | 0·0691 | 3·2 | 0·0916 | 7·7 | 0·0347 | 14·4 | 0·0180 |
| 3·3 | 0·0667 | 3·3 | 0·0884 | 7·8 | 0·0342 | 14·6 | 0·0177 |
| 3·4 | 0·0644 | 3·4 | 0·0854 | 7·9 | 0·0338 | 14·8 | 0·0175 |
| 3·5 | 0·0623 | 3·5 | 0·0826 | 8·0 | [illegible] | 15·0 | 0·0172 |
| 3·6 | 0·0603 | 3·6 | 0·0800 | 8·1 | 0·0329 | 15·2 | 0·0170 |
| 3·7 | 0·0585 | 3·7 | 0·0775 | 8·2 | 0·0324 | 15·4 | 0·0168 |
| 3·8 | 0·0567 | 3·8 | 0·0752 | 8·3 | 0·0320 | 15·6 | 0·0166 |
| 3·9 | 0·0551 | 3·9 | 0·0730 | 8·4 | 0·0316 | 15·8 | 0·0163 |
| 4·0 | 0·0535 | 4·0 | 0·0710 | 8·5 | 0·0312 | 16·0 | 0·0161 |
| 4·1 | 0·0521 | 4·1 | 0·0690 | 8·6 | 0·0308 | 16·2 | 0·0159 |
| 4·2 | 0·0507 | 4·2 | 0·0672 | 8·7 | 0·0305 | 16·4 | 0·0157 |
| 4·3 | 0·0494 | 4·3 | 0·0654 | 8·8 | 0·0301 | 16·6 | 0·0155 |
| 4·4 | 0·0481 | 4·4 | [illegible] | 8·9 | 0·0297 | 16·8 | 0·0453 |
| 4·5 | 0·0469 | 4·5 | 0·0622 | 9·0 | 0·0294 | 17·0 | 0·0152 |
| 4·6 | 0·0458 | 4·6 | 0·0607 | 9·1 | 0·0291 | 17·2 | 0·0150 |
| 4·7 | 0·0447 | 4·7 | 0·0593 | 9·2 | 0·0287 | 17·4 | 0·0148 |
| 4·8 | 0·0437 | 4·8 | 0·0579 | 9·3 | 0·0284 | 17·6 | 0·0146 |
| 4·9 | 0·0427 | 4·9 | 0·0566 | 9·4 | 0·0281 | 17·8 | 0·0145 |
| 5·0 | 0·0417 | 5·0 | 0·0553 | 9·5 | 0·0278 | 18·0 | 0·0143 |
| | | 5·1 | 0·0542 | 9·6 | 0·0275 | 18·2 | 0·0141 |
| | | 5·2 | 0·0530 | 9·7 | 0·0272 | 18·4 | 0·0140 |
| | | 5·3 | 0·0519 | 9·8 | 0·0269 | 18·6 | 0·0138 |
| | | 5·4 | 0·0509 | 9·9 | 0·0266 | 18·8 | 0·0137 |
| | | 5·5 | 0·0498 | 10·0 | 0·0262 | 19·0 | 0·0135 |
| | | 5·6 | 0·0489 | 10·2 | 0·0258 | 19·2 | 0·0134 |
| | | 5·7 | 0·0479 | 10·4 | 0·0252 | 19·4 | 0·0132 |
| | | 5·8 | 0·0470 | 10·6 | 0·0247 | 19·6 | 0·0131 |
| | | 5·9 | 0·0462 | 10·8 | 0·0243 | 19·8 | 0·0130 |
| | | 6·0 | 0·0453 | 11·0 | 0·0238 | 20·0 | 0·0128 |
| | | 6·1 | 0·0445 | 11·2 | 0·0234 | | |
| | | 6·2 | 0·0438 | 11·4 | 0·0229 | | |
| | | 6·3 | 0·0430 | 11·6 | 0·0225 | | |
| | | 6·4 | 0·0423 | 11·8 | 0·0221 | | |

# VALEURS DE LA STATISTIQUE U DE MANN-WHITNEY AU SEUIL DE SIGNIFICATION 5 %

- n1 et n2 sont les tailles de chaque échantillon
- Remarque : les faibles valeurs de U entrainent le rejet de Ho au seuil 5 % (Ho = les 2 échantillons proviennent de la même population parente).
- si le U calculé est plus petit ou égal à la valeur tabulée, Ho est rejetée au seuil 5 %.

| n1 | n2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | | | | | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 4 | | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 |
| 5 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 6 | | | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 22 | 24 | 25 | 27 |
| 7 | | | 1 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 |
| 8 | | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 13 | 15 | 17 | 19 | 22 | 24 | 26 | 29 | 31 | 34 | 36 | 38 | 41 |
| 9 | | 0 | 2 | 4 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 | 28 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 | 45 | 48 |
| 10 | | 0 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 52 | 55 |
| 11 | | 0 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 30 | 33 | 37 | 40 | 44 | 47 | 51 | 55 | 58 | 62 |
| 12 | | 1 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 22 | 26 | 29 | 33 | 37 | 41 | 45 | 49 | 53 | 57 | 61 | 65 | 69 |
| 13 | | 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 33 | 37 | 41 | 45 | 50 | 54 | 59 | 63 | 67 | 72 | 76 |
| 14 | | 1 | 5 | 9 | 13 | 17 | 22 | 26 | 31 | 36 | 40 | 45 | 50 | 55 | 59 | 64 | 67 | 74 | 78 | 83 |
| 15 | | 1 | 5 | 10 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
| 16 | | 1 | 6 | 11 | 15 | 21 | 26 | 31 | 37 | 42 | 47 | 53 | 59 | 64 | 70 | 75 | 81 | 86 | 92 | 98 |
| 17 | | 2 | 6 | 11 | 17 | 22 | 28 | 34 | 39 | 45 | 51 | 57 | 63 | 67 | 75 | 81 | 87 | 93 | 99 | 105 |
| 18 | | 2 | 7 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 55 | 61 | 67 | 74 | 80 | 86 | 93 | 99 | 106 | 112 |
| 19 | | 2 | 7 | 13 | 19 | 25 | 32 | 38 | 45 | 52 | 58 | 65 | 72 | 78 | 85 | 92 | 99 | 106 | 113 | 119 |
| 20 | | 2 | 8 | 13 | 20 | 27 | 34 | 41 | 48 | 55 | 62 | 69 | 76 | 83 | 90 | 98 | 105 | 112 | 119 | 127 |

O.R.S.T.O.M.

*Direction générale :*
24, rue Bayard - 75008 PARIS
*Service des Publications :*
70-74, route d'Aulnay - 93140 BONDY
*Laboratoire d'Hydrobiologie :*
B.P. 1434 - BOUAKÉ (Côte-d'Ivoire)

---

Imp. S.S.C. Bondy
O.R.S.T.O.M. Éditeur
Dépôt légal :